



Tanıtım

Tema: Eşlik ve Benzerlik

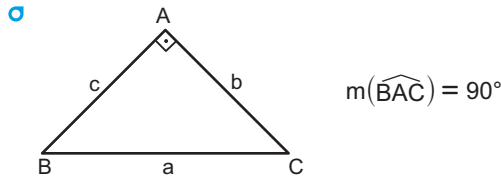
Konu: Eşlik ve Benzerlik

Alt Konu: Pisagor Teoremi ve Özel Dik Üçgenler

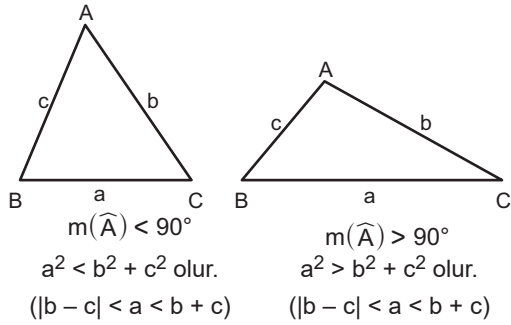
Temanın Amacı: Dik üçgenlerde pisagor teoremi ve özel dik üçgenler kullanarak problem çözme

Anahtar Kavramlar: Pisagor teoremi, ikizkenar dik üçgen, $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgeni

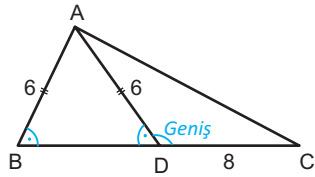
Geniş ve Dar Açılı Üçgenler



Pisagor teoremine göre, $a^2 = b^2 + c^2$ olduğundan



Örnek 1

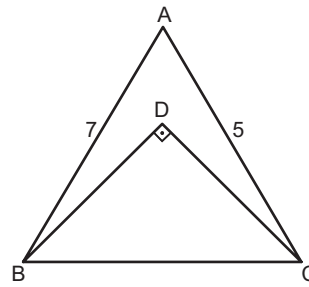


ABC üçgen, $|AB| = |AD| = 6$ cm, $|DC| = 8$ cm olduğuna göre, $|AC|$ kaç farklı tam sayı değeri alır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ADB})$ olduğundan dar açı olurlar. $m(\widehat{ADC}) > 90^\circ$ dir.
 $|AC|^2 |6^2 + 8^2 \Rightarrow |AC| > 10$ $8 - 6 < |AC| < 8 + 6$ $2 < |AC| < 14$
 $10 < |AC| < 14$ 11, 12, 13, olabilir. 3 değer Cevap C

Örnek 2



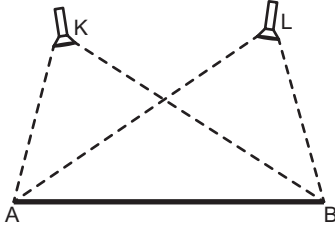
ABC üçgen, $m(\widehat{BDC}) = 90^\circ$, $|AB| = 7$ cm, $|AC| = 5$ cm olduğuna göre, $|BC|$ kaç tam sayı değeri olabilir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$m(\widehat{A}) + m(\widehat{ABD}) + m(\widehat{ACD}) = 90^\circ$ olduğundan $m(\widehat{A}) < 90^\circ$ olur.
 $|BC|^2 < 7^2 + 5^2$ $7 - 5 < |BC| < 7 + 5$
 $|BC|^2 < 74$ $2 < |BC| < 12$
 $2 < |BC| < \sqrt{74}$
3, 4, 5, 6, 7, 8 olabilir.
6 değer alır. Cevap D

egitimvadisiz

Örnek 3



K noktasındaki fener A ile B arasını geniş bir açı ile aydınlatırken, L noktasındaki fener A ile B arasını dar bir açı ile aydınlatmaktadır. $|AB|$ bir tam sayıdır.

$|AK| = 5$ birim, $|BK| = |AL| = 12$ birim ve $|BL| = 9$ birim olduğuna göre, $|AB|$ kaç birimdir?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

$$|AB|^2 > 5^2 + 12^2$$

$$|AB|^2 < 9^2 + 12^2$$

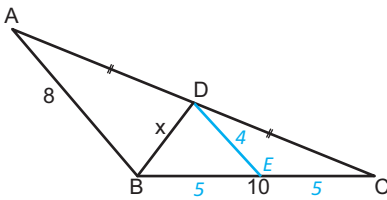
$$|AB| > 13$$

$$|AB| < 15$$

$$|AB| = 14 \text{ birim}$$

Cevap B

Örnek 4



ABC üçgen, $|AD| = |DC|$, $|AB| = 8$ cm, $|BC| = 10$ cm ve $m(\widehat{ABC}) > 90^\circ$

olduğuna göre, $|BD| = x$ kaç tam sayı değeri alır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$[AB]$ ye paralel olarak $[DE]$ çizilir.

$$|BE| = |EC| = 5, |DE| = 4, m(\widehat{BED}) < 90^\circ$$

$$x^2 < 4^2 + 5^2$$

$$5 - 4 < x < 5 + 4$$

$$x^2 < 41$$

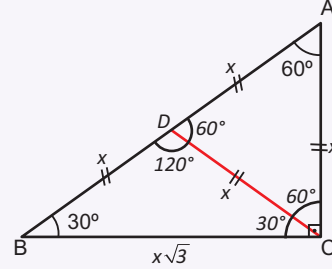
$$1 < x < 9$$

$$1 < x < \sqrt{41} \rightarrow 2, 3, 4, 5, 6 \text{ olabilir. } 5 \text{ değer}$$

Cevap C

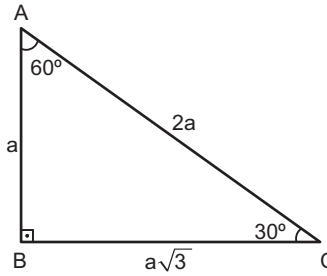
Açılarına Göre Özel Dik Üçgenler

Gözlem



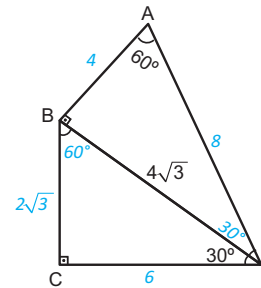
Açıları 30° , 60° , 90° olan üçgende şekildaki gibi 90° 'yi 30° ve 60° biçiminde bölen $[CD]$ çizilirse ADC eşkenar üçgen olurken $|BD| = |DC|$ olur. Buradan $|AB| = 2 \cdot |AC|$ elde edilir. Pisagor teoremiyle $|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$ olduğundan $|BC| = \sqrt{3} \cdot |AC|$ olur.

$30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ Üçgeni



- Hipotenüs uzunluğu 30° lik açının karşısındaki kenar uzunluğunun iki katına eşittir.
- 60° lik açının karşısındaki kenar uzunluğu 30° lik açının karşısındaki kenar uzunluğunun $\sqrt{3}$ katına eşittir.

Örnek 5



$[AB] \perp [BD]$, $[BC] \perp [CD]$, $m(\widehat{BAD}) = 60^\circ$, $m(\widehat{BDC}) = 30^\circ$ ve $|BD| = 4\sqrt{3}$ cm olduğuna göre, $|AD| + |CD|$ kaç cm dir?

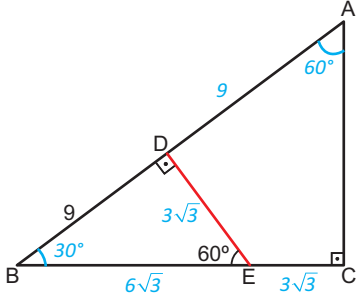
- A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

$$|BC| = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \quad |CD| = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6 \text{ cm}$$

$$|AB| = 4, |AD| = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm} \quad 8 + 6 = 14 \text{ cm}$$

Cevap B

Örnek 6



$[AC] \perp [BC]$, $[ED] \perp [AB]$, $|BE| = 2 \cdot |EC|$, $m(\widehat{BED}) = 60^\circ$
ve $|BD| = 9$ birim olduğuna göre, $|AD|$ kaç birimdir?

- A) $3\sqrt{3}$ B) 8 C) 9 D) 10 E) $6\sqrt{3}$

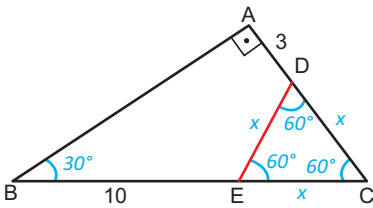
$$|DE| = \frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3} \Rightarrow |BE| = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$|EC| = 3\sqrt{3} \Rightarrow |AC| = \frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 9$$

$$\Rightarrow |AB| = 2 \cdot 9 = 18 \Rightarrow |AD| = 9 \text{ birim}$$

Cevap C

Örnek 7



ABC dik üçgen, DEC eşkenar üçgen,

$m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$, $|AD| = 3$ cm ve $|BE| = 10$ cm

olduğuna göre, DEC üçgeninin çevresi kaç cm dir?

- A) 9 B) 10 C) $6\sqrt{3}$ D) 12 E) 15

$$10 + x = 2 \cdot (3 + x)$$

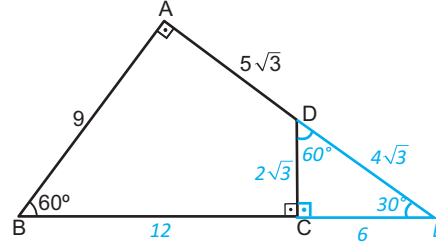
$$10 + x = 6 + 2x$$

$$4 = x$$

$$ç(\widehat{DEC}) = 12 \text{ cm}$$

Cevap D

Örnek 8



$m(\widehat{BAD}) = 90^\circ$, $m(\widehat{BCD}) = 90^\circ$, $m(\widehat{B}) = 60^\circ$,

$|AB| = 9$ birim ve $|AD| = 5\sqrt{3}$ birim

olduğuna göre, $|BC|$ kaç birimdir?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

ABE üçgeni oluşturulur.

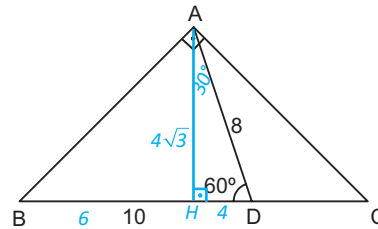
$$|AE| = 9\sqrt{3} \Rightarrow |DE| = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow |DC| = 2\sqrt{3} \Rightarrow |CE| = 6$$

$$|BE| = 18 \Rightarrow |BC| = 12 \text{ birim}$$

Cevap E

Örnek 9



$m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$, $m(\widehat{ADB}) = 60^\circ$, $|AD| = 8$ cm, $|BD| = 10$ cm

olduğuna göre, $|DC|$ kaç cm dir?

- A) 3 B) 4 C) 4,5 D) 5 E) 6

$[AH]$ çizilir, $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ oluşur.

$$|HD| = 4, |AH| = 4\sqrt{3}, |BH| = 6 \text{ olur.}$$

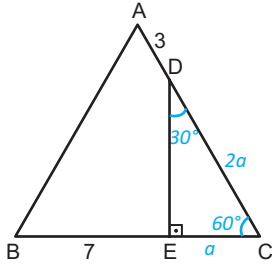
Öklid teoreminden

$$(4\sqrt{3})^2 = 6 \cdot (4 + |DC|)$$

$$48 = 6(4 + |DC|) \quad |DC| = 4 \text{ cm}$$

Cevap B

Örnek 10



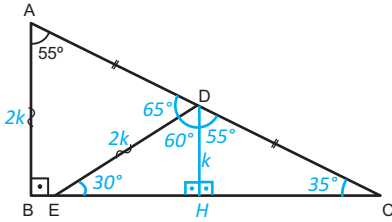
ABC eşkenar üçgen, $[DE] \perp [BC]$, $|AD| = 3$ cm, $|BE| = 7$ cm

olduğuna göre, $|AB|$ kaç cm dir?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

$m(\widehat{C}) = 60^\circ \Rightarrow \widehat{DEC} 30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgenidir. $|EC| = a$, $|DC| = 2a$
 $7 + a = 2a + 3 \Rightarrow a = 4$ cm $|AB| = 7 + 4 = 11$ cm Cevap A

Örnek 11



ABC dik üçgen, $[AB] \perp [BC]$, $|AD| = |DC|$,

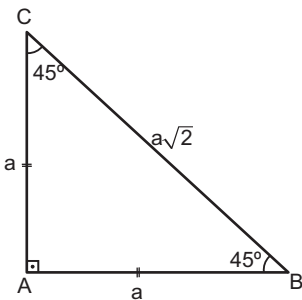
$|AB| = |DE|$ ve $m(\widehat{A}) = 55^\circ$

olduğuna göre, $m(\widehat{ADE})$ kaç derecedir?

- A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

DH çizilir. $([DH] // [AB])$ benzerlik olur. $\frac{|DH|}{|AB|} = \frac{1}{2} \Rightarrow |DH| = k$, $|AB| = 2k$
 $\Rightarrow |DE| = |AB| = 2k \Rightarrow \widehat{DEH} 30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgenidir.
 Buradan $m(\widehat{ADE}) = 65^\circ$ Cevap D

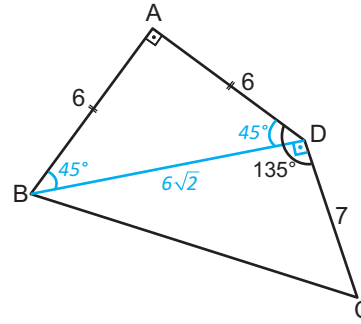
İkizkenar Dik Üçgen



$m(\widehat{A}) = 90^\circ$, $m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 45^\circ$

$|AC| = |AB| = a$ ve $|BC| = a\sqrt{2}$ olur.

Örnek 12



ABCD dörtgen, $|AB| = |AD| = 6$ birim,

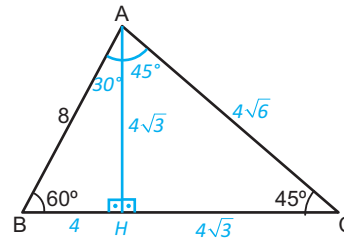
$m(\widehat{BAD}) = 90^\circ$, $m(\widehat{ADC}) = 135^\circ$ ve $|DC| = 7$ birim

olduğuna göre, $|BC|$ kaç birimdir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

$[BD]$ çizilir, \widehat{ABD} ikizkenar dik üçgen
 $|BD| = 6\sqrt{2}$ ve $m(\widehat{BDC}) = 90^\circ$
 Pisagor Tereminde
 $|BC|^2 = (6\sqrt{2})^2 + 7^2$
 $|BC| = 11$ birim Cevap D

Örnek 13



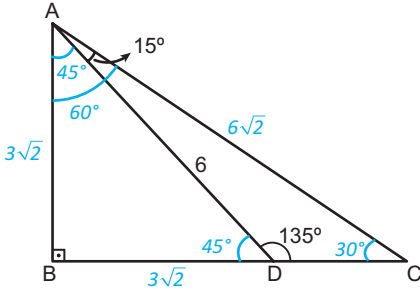
$m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$, $m(\widehat{ACB}) = 45^\circ$ ve $|AB| = 8$ cm

olduğuna göre, $|AC|$ kaç cm dir?

- A) $4\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{2}$ C) 8 D) 9 E) $4\sqrt{6}$

$[AH]$ çizilir. $|BH| = 4$, $|AH| = 4\sqrt{3}$
 $|AH| = |HC| = 4\sqrt{3} \Rightarrow |AC| = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$
 $= 4\sqrt{6}$ cm Cevap E

Örnek 14



$[AB] \perp [BC]$, $m(\widehat{DAC}) = 15^\circ$, $m(\widehat{ADC}) = 135^\circ$ ve $|AD| = 6$ cm olduğuna göre, $|AC|$ kaç cm dir?

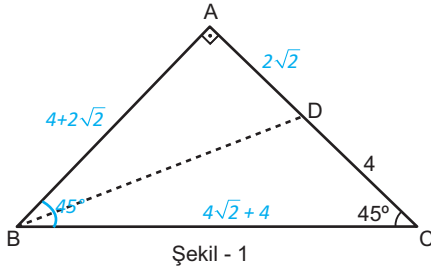
- A) 8 B) $6\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{6}$ D) 10 E) $6\sqrt{3}$

ABD ikizkenar dik üçgen

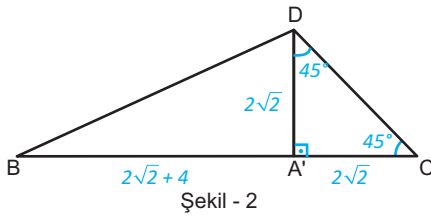
$$|AB| = |BD| = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

\widehat{ABC} $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgeni $|AC| = 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ cm Cevap B

Örnek 15



Şekil - 1



Şekil - 2

Şekil 1'deki ABC üçgeni biçimindeki karton $[BD]$ boyunca katlandığında Şekil 2'deki gibi A noktası $[BC]$ üzerindeki A' noktası olmuştur.

$|DC| = 4$ birim olduğuna göre, $|BA'|$ kaç birimdir?

- A) $4\sqrt{2}$ B) $2 + \sqrt{2}$ C) $2 + 2\sqrt{2}$
D) $4 + 2\sqrt{2}$ E) 4

$A'DC$ ikizkenar dik üçgen $\Rightarrow |A'D| = |A'C| = 2\sqrt{2}$

ABC ikizkenar dik üçgen $\Rightarrow |AB| = 4 + 2\sqrt{2}$

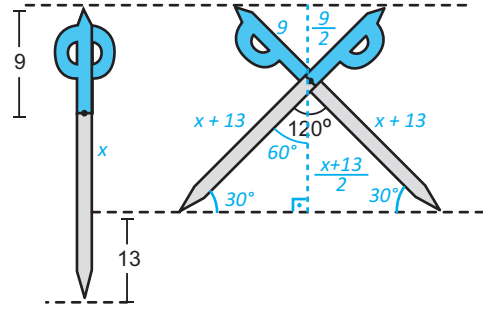
$$\Rightarrow |BC| = 4\sqrt{2} + 4$$

$$\Rightarrow |BA'| = 2\sqrt{2} + 4 \text{ olur.}$$

Cevap D

Çıkış Soru 1

Bağlantı noktalarından uçlarına kadar olan kısımları mavi ve gri renkte olan özdeş iki makastan biri kapalı ve yere dik olarak, diğeri ise 120° açılarak duvara şekildeki gibi asılmıştır.



Bu makasların mavi kısımlarının uzunluğu 9 birim olup her iki makasın mavi uçlarının yerden yükseklikleri eşit, açık makasın gri uçlarının yerden yükseklikleri ise kapalı makasın gri uçlarının yerden yüksekliklerinden 13 birim fazladır.

Buna göre, makasın bağlantı noktasının bir gri uca olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20
(TYT 2022)

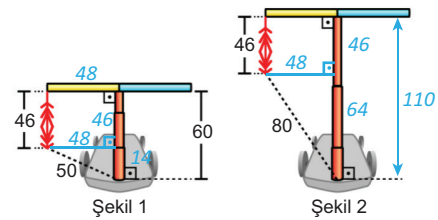
$$\frac{x+13}{2} + \frac{9}{2} = 9 + x$$

$$x+22 = 18+2x \quad 4 = x \Rightarrow 13+4 = 17 \text{ birim}$$

Cevap B

Çıkış Soru 2

Cem; kaykayını süslemek için kaykayın direksiyon çubuğunun uçlarından birine aşağı sallanan kısmının uzunluğu 46 cm olan bir ip bağlamıştır. Kaykayın uzayıp kalabilen bağlantı direğinin uzunluğu Şekil 1'deki gibi 60 cm iken ipin yere en yakın noktasının bağlantı direğinin kaykayla birleştiği noktaya uzaklığı 50 cm olmaktadır.



Şekil 1

Şekil 2

Cem, kaykayın bağlantı direğinin uzunluğunu Şekil 2'deki gibi artırdığında ipin yere en yakın noktasının bağlantı direğinin kaykayla birleştiği noktaya uzaklığı 80 cm olmuştur.

Buna göre Şekil 2'deki bağlantı direğinin uzunluğu Şekil 1'deki bağlantı direğinin uzunluğundan kaç cm fazladır?

- A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70
(TYT 2023)

$$14 - 48 - 50 \text{ üçgeni oluşur (7 - 24 - 25 katı)}$$

$$48 - 64 - 80 \text{ üçgeni oluşur. (3 - 4 - 5 katı)} \quad 110 - 60 = 50 \text{ cm} \quad \text{Cevap C}$$

17. FÖY ÖZETİ

Yansıma Dönüşümü: Düzlemde bir şeklin bir doğruya göre yansıma dönüşümü o şekil üzerindeki tüm noktaların verilen doğruya göre simetriği olan noktalar belirlenerek bulunur.

Öteleme Dönüşümü: Düzlemde bir şeklin belirli bir uzaklık ve yönde öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü, o şekil üzerindeki tüm noktaların belirtilen yön ve uzaklıkta ilettilmesiyle oluşur.

Dönme Dönüşümü: Düzlemdeki bir şeklin bir nokta etrafındaki dönme dönüşümü altındaki görüntüsü, şekil üzerindeki tüm noktaların verilen nokta etrafında verilen açı ölçüsünde çembersel bir yol üzerinde hareket ettirilmesiyle elde edilir.

18. FÖY ÖZETİ

EŞLİK

- Açı – Kenar – Açı Eşliği:** Karşılıklı ikişer açı ölçüsünün ve bir kenar uzunluğunun eşit olması durumunda üçgenler eşittir.
- Kenar – Açı – Kenar Eşliği:** İki üçgenin iki kenar uzunluğunun ve bu kenarlar arasındaki ölçülerinin eşit olması durumunda üçgenler eşittir.
- Kenar – Kenar – Kenar Eşliği:** İki üçgenin üç kenar uzunluğunun birbirine eşit olması durumunda üçgenler eşittir.

BENZERLİK

- Açı – Açı Benzerliği:** İki üçgenin karşılıklı iki açısı eş ise üçgenler benzerdir.
- Kenar – Açı – Kenar Benzerliği:** İki üçgenin karşılıklı iki kenar uzunluğu orantılı ve bu kenarlar arasındaki açılar eş ise üçgenler benzerdir.
- Kenar – Kenar – Kenar Benzerliği:** İki üçgenin karşılıklı üç kenar uzunluğu orantılı ise üçgenler benzerdir.



Örnek Cevap Cevap Anahtarı

1. C 2. D 3. B 4. C 5. B 6. C 7. D 8. E 9. B 10. A
11. D 12. D 13. E 14. B 15. D

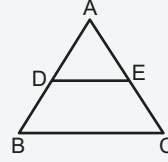


Çıkmış Soru Cevap Anahtarı

1. B 2. C

19. FÖY ÖZETİ

Temel Orantı Teoremi

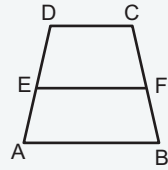


$$[BC] \parallel [DE] \text{ ise} \\ \frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|} \text{ olur.}$$

Benzerlikten

$$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|} \text{ olur.}$$

Tales Teoremi

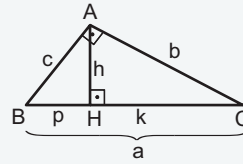


$$[AB] \parallel [EF] \parallel [CD] \text{ ise}$$

$$\frac{|DE|}{|EA|} = \frac{|CF|}{|FB|} \text{ olur.}$$

20. FÖY ÖZETİ

Öklid Teoremi

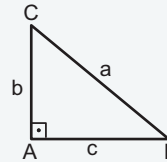


$$\text{I. } h^2 = p \cdot k$$

$$\text{II. } c^2 = p \cdot a$$

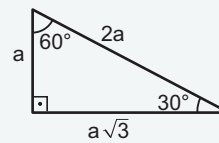
$$\text{III. } b^2 = k \cdot a$$

Pisagor Teoremi

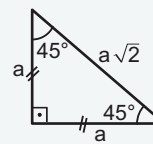


$$a^2 = b^2 + c^2$$

21. FÖY ÖZETİ

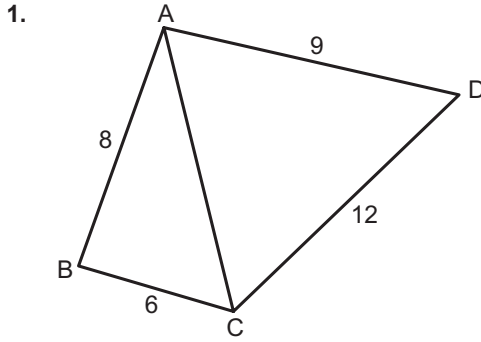


$30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgeni



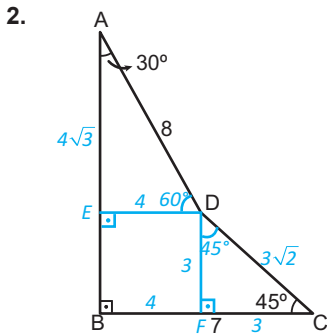
$45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$

(İkizkenar dik üçgen)



$m(\widehat{ABC}) > 90^\circ, m(\widehat{ADC}) < 90^\circ, |AB| = 8 \text{ cm},$
 $|BC| = 6 \text{ cm}, |AD| = 9 \text{ cm}, |CD| = 12 \text{ cm}$
olduğuna göre, $|AC|$ kaç tam sayı değeri alabilir?

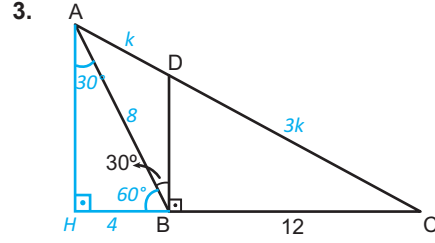
$|AC|^2 > 8^2 + 6^2$ $|AC|^2 < 9^2 + 12^2$
 $|AC| > 10$ $|AC| < 15$
 11, 12, 13, 14 olabilir.
 4 değer alır.



$|AB| \perp |BC|, m(\widehat{BAD}) = 30^\circ, m(\widehat{BCD}) = 45^\circ,$
 $|AD| = 8 \text{ cm}$ ve $|BC| = 7 \text{ cm}$

olduğuna göre, $|DC|$ kaç cm dir?

$[DE]$ ve $[DF]$ çizilir.
 $|DE| = |BF| = 4 \Rightarrow |FC| = |DF| = 3$
 $\Rightarrow |DC| = 3\sqrt{2} \text{ cm}$

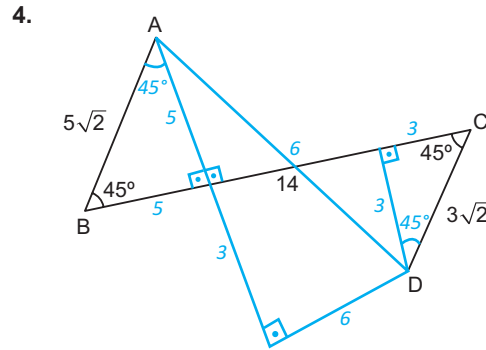


ABC üçgen, $m(\widehat{ABD}) = 30^\circ, m(\widehat{DBC}) = 90^\circ$
 $|DC| = 3 \cdot |AD|, |BC| = 12 \text{ cm}$

olduğuna göre, $|AB|$ kaç cm dir?

$$\frac{3k}{k} = \frac{12}{|HB|} \Rightarrow |HB| = 4 \Rightarrow |AB| = 8 \text{ cm}$$

egitimvadisiz



$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BCD}) = 45^\circ, |AB| = 5\sqrt{2} \text{ cm}$
 $|CD| = 3\sqrt{2} \text{ cm}$ ve $|BC| = 14 \text{ cm}$

olduğuna göre, A ile D noktaları arasındaki uzaklık kaç cm dir?

Şekildeki çizim ve değerler sonucunda 6-8-10 üçgeninden
 $|AD| = 10 \text{ cm}$



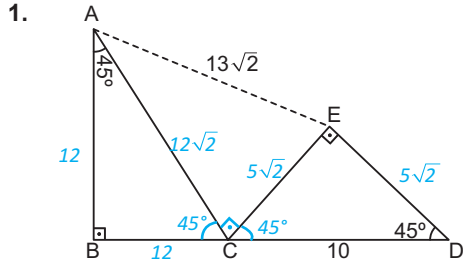
Açık Uçlu Sorular Cevap Anahtarı

1. 4

2. $3\sqrt{2}$

3. 8

4. 10



$[AB] \perp [BD]$, $m(\widehat{CED}) = 90^\circ$, $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{CDE}) = 45^\circ$,
 $|AE| = 13\sqrt{2}$ cm $|CD| = 10$ cm

olduğuna göre, $|AB|$ kaç cm dir?

- A) 12 B) $8\sqrt{2}$ C) $10\sqrt{2}$ D) 15 E) 16

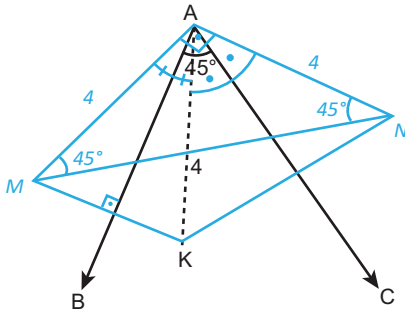
$|ED| = |EC| = 5\sqrt{2}$

$|AC| = 12\sqrt{2}(5\sqrt{2} - 12\sqrt{2} - 13\sqrt{2})$

$|AB| = |BC| = 12$ cm

Cevap A

2.



K noktasının $[AB]$ ye göre yansıması M, $[AC]$ ye göre yansıması N noktasıdır.

$m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$ ve $|AK| = 4$ birim olduğuna göre, $|MN|$ kaç birimdir?

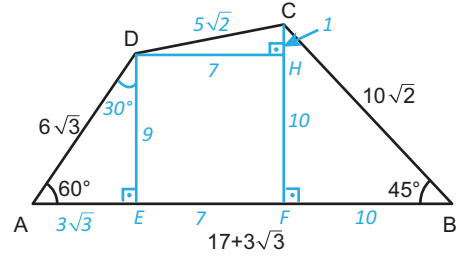
- A) 4 B) 5 C) $4\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{6}$

$|MA| = |NA| = 4$, $m(\widehat{MAN}) = 90^\circ$

İkizkenar dik üçgenden $|MN| = 4\sqrt{2}$ birim

Cevap C

3.



$m(\widehat{DAB}) = 60^\circ$, $m(\widehat{ABC}) = 45^\circ$, $|AD| = 6\sqrt{3}$ cm,
 $|BC| = 10\sqrt{2}$ cm ve $|AB| = 17 + 3\sqrt{3}$ cm,

olduğuna göre, $|DC|$ kaç cm dir?

- A) 6 B) $3\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{2}$ D) 8 E) $5\sqrt{2}$

$[DE]$ ve $[CF]$ çizilir,

$|AE| = 3\sqrt{3}$, $|DE| = 9$, $|CF| = |FB| = 10$

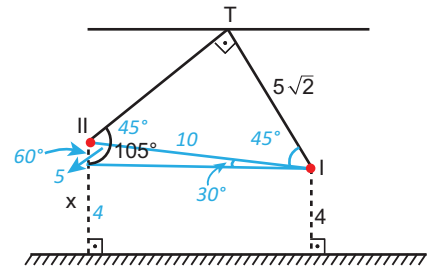
$[DH]$ çizilir, $|DH| = 7$, $|CH| = 1$

Pisagor Teoreminden $|DC|^2 = 7^2 + 1^2$

$|DC| = 5\sqrt{2}$ cm

Cevap E

4.



$5\sqrt{2}$ metre uzunluğundaki bir ipe bağlı olan kütle T noktası etrafında sallanmaktadır.

I konumunda kütle II konumuna geldiğinde zemine uzaklığı kaç m olur?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$90^\circ - 45^\circ - 45^\circ \rightarrow I$ ile II arası 10

$30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ oluşur. $x = 5 + 4 = 9$ m

Cevap D



Cevap Anahtarı

1. A

2. C

3. E

4. D