



## Tanıtım

**Tema:** Eşlik ve Benzerlik

**Konu:** Eşlik ve Benzerlik

**Alt Konu:** Öklid ve Pisagor Teoremi

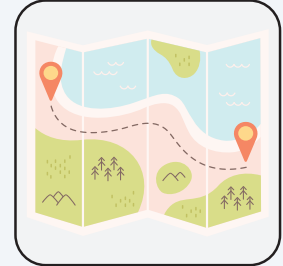
**Temanın Amacı:** Dik üçgenlerde öklid ve pisagor teoremlerini ispatlayabilme, çıkarım yapabilme ve bu teoremleri kullanarak problem çözebilme.

**Anahtar Kavramlar:** Öklid teoremi, Pisagor teoremi

## Köprü Kurma

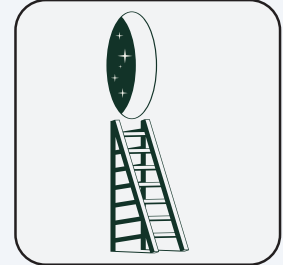
Öklid ve pisagor teoremleri çeşitli alanlarda geniş bir kullanıma sahiptir. Örneğin,

Haritalar üzerinde iki nokta arasındaki en kısa mesafeyi bulmak için Pisagor ve Öklid teoremleri kullanılır. GPS sistemlerinde de yön bulmada bu teoremlerden yararlanılır.



Fizikte, bir cismi eğik düzlemde hareket ettiren veya bir kuvvetin bileşenlerini hesaplarken Pisagor teoreminden yararlanılır.

Tasarımcılar ve animatörler, üç boyutlu modellerini doğru bir şekilde oluştururken Pisagor ve Öklid teoremlerini kullanırlar. 3D modelleme ve render işlemlerinde Öklid teoremi sıkça kullanılır.



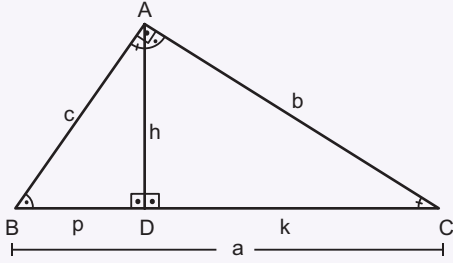
Merdiven, rampa inşa edilirken, doğru eğim açısını hesaplamak için Pisagor teoremi kullanılır, bu güvenli ve rahat bir eğim sağlamak için önemlidir.

Gökbilimciler, teleskoplarla yapılan gözlemler sırasında doğru açıları ve mesafeleri hesaplamak için Pisagor ve Öklid teoremlerinden yararlanırlar.



Mühendisler, makine parçalarının tasarımında, montajında doğru ölçüm ve açıları sağlamak için Öklid teoreminden yararlanırlar.

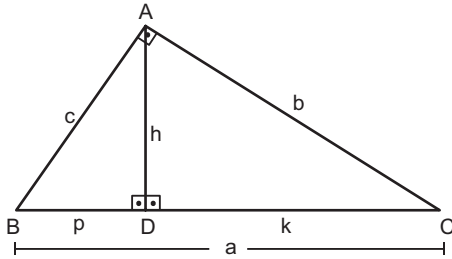
**Gözlem**



ABC dik üçgen,  $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ ,  $[AD] \perp [BC]$ ,  $|BC| = a$ ,  $|AC| = b$ ,  $|AB| = c$ ,  $|BD| = p$ ,  $|DC| = k$  ve  $|AD| = h$  olmak üzere,  $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DAC})$  ve  $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{DAB})$  elde edilir. Buradan

1.  $\widehat{ABD} \sim \widehat{CAD}$  olur.  $\frac{p}{h} = \frac{h}{k} \Rightarrow h^2 = p \cdot k$  elde edilir.
2.  $\widehat{ABD} \sim \widehat{CBA}$  olur.  $\frac{p}{c} = \frac{c}{a} \Rightarrow c^2 = p \cdot a$  elde edilir.
3.  $\widehat{ADC} \sim \widehat{BAC}$  olur.  $\frac{k}{b} = \frac{b}{a} \Rightarrow b^2 = k \cdot a$  elde edilir.

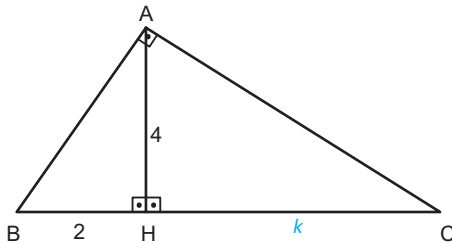
**Öklid Teoremi**



Yukarıdaki şekilde Öklid teoremine göre

- $h^2 = p \cdot k$
- $c^2 = p \cdot a$
- $b^2 = k \cdot a$  olur.

**Örnek 1**



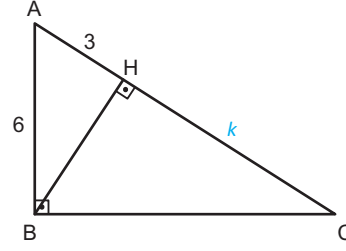
$m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ ,  $[AH] \perp [BC]$ ,  $|AH| = 4$  cm,  $|BH| = 2$  cm

olduğuna göre,  $|BC|$  kaç cm dir?

- A) 8      B) 9      C) 10      D) 11      E) 12

Öklid teoremine göre,  $4^2 = 2 \cdot k \Rightarrow k = 8 \Rightarrow |BC| = 10$  cm Cevap C

**Örnek 2**



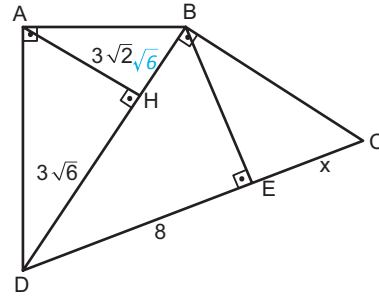
$m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$ ,  $[BH] \perp [AC]$ ,  $|AB| = 6$  cm,  $|AH| = 3$  cm

olduğuna göre,  $|HC|$  kaç cm dir?

- A) 8      B) 9      C) 10      D) 10,5      E) 12

Öklid teoremine göre,  $6^2 = 3 \cdot (3 + k) \Rightarrow k = 9$  cm =  $|HC|$  Cevap B

**Örnek 3**



$m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{AHD}) = m(\widehat{BED}) = 90^\circ$ ,

$|AH| = 3\sqrt{2}$  birim,  $|DH| = 3\sqrt{6}$  birim ve  $|DE| = 8$  birim

olduğuna göre,  $|EC| = x$  kaç birimdir?

- A) 4      B)  $3\sqrt{2}$       C)  $2\sqrt{6}$       D)  $3\sqrt{3}$       E) 6

$\widehat{ABD}$  de öklid teoremi

$$(3\sqrt{2})^2 = 3\sqrt{6} \cdot |HB|$$

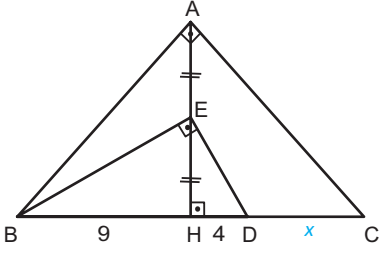
$$18 = 3\sqrt{6} \cdot |HB| \Rightarrow |HB| = \sqrt{6}$$

$\widehat{DBC}$  de öklid teoremi

$$(4\sqrt{6})^2 = 8 \cdot (8 + x)$$

$$96 = 8 \cdot (8 + x) \Rightarrow x = 4$$
 birim Cevap A

## Örnek 4



$$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BED}) = 90^\circ, [AH] \perp [BC]$$

$$|AE| = |EH|, |BH| = 9 \text{ cm ve } |HD| = 4 \text{ cm}$$

olduğuna göre,  $|DC|$  kaç cm dir?

- A) 9      B) 10      C) 10,5      D) 12      E) 16

$\widehat{BED}$  de öklid teoremi

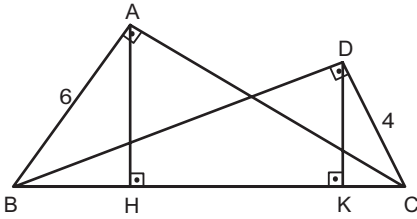
$$|EH|^2 = 9 \cdot 4 = 36 \Rightarrow |EH| = 6 = |AE|$$

$\widehat{ABC}$  de öklid teoremi

$$12^2 = 9(4 + x) \Rightarrow x = 12 \text{ cm}$$

Cevap D

## Örnek 5



$$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BDC}) = 90^\circ, [AH] \perp [BC],$$

$[DK] \perp [BC]$ ,  $|AB| = 6 \text{ cm}$ ,  $|DC| = 4 \text{ cm}$  olduğuna göre,  $\frac{|BH|}{|KC|}$  oranı kaçtır?

- A)  $\frac{3}{2}$       B)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$       C)  $\frac{3}{4}$       D)  $\frac{9}{2}$       E)  $\frac{9}{4}$

$\widehat{ABC}$  de öklid

$$6^2 = |BH| \cdot |BC|$$

$\widehat{BDC}$  de öklid

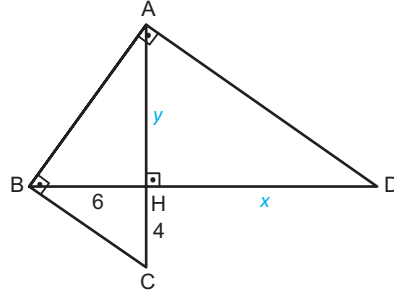
$$4^2 = |KC| \cdot |BC|$$

$$\left. \begin{array}{l} 36 = |BH| \cdot |BC| \\ 16 = |KC| \cdot |BC| \end{array} \right\} \frac{36}{16} = \frac{|BH| \cdot |BC|}{|KC| \cdot |BC|}$$

$$\frac{9}{4} = \frac{|BH|}{|KC|}$$

Cevap E

## Örnek 6



$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$ ,  $[BD] \perp [AC]$ ,  $|BH| = 6 \text{ cm}$  ve  $|HC| = 4 \text{ cm}$  olduğuna göre,  $|HD|$  kaç cm dir?

- A)  $\frac{15}{2}$       B) 9      C) 12      D)  $\frac{27}{2}$       E) 15

$\widehat{ABC}$  de öklid teoremi

$$6^2 = 4 \cdot y$$

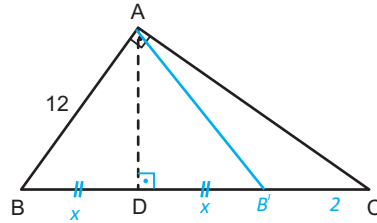
$$9 = y$$

$\widehat{ABD}$  de öklid teoremi

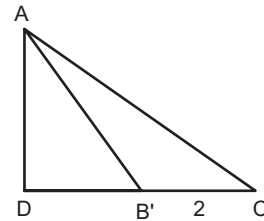
$$9^2 = 6 \cdot x \Rightarrow x = \frac{27}{2} \text{ cm}$$

Cevap D

## Örnek 7



Yukarıdaki ABC dik üçgeni biçimindeki karton  $[AD]$  boyunca katlandığında aşağıdaki şekildeki gibi B noktası  $[DC]$  üzerinde oluyor.



$m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ ,  $|AB| = 12 \text{ birim}$ ,  $|B'C| = 2 \text{ birim}$  olduğuna göre,  $|BC|$  kaç birimdir?

- A) 15      B) 16      C) 18      D) 20      E) 24

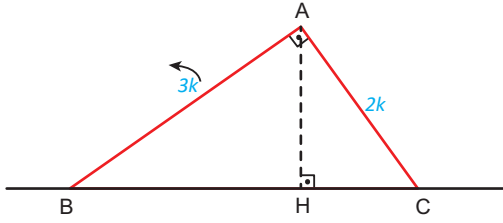
$$\widehat{ABC} \text{ de öklid teoremi} \rightarrow 12^2 = x \cdot (2x + 2) \Rightarrow 144 = x \cdot 2 \cdot (x + 1)$$

$$\Rightarrow 72 = x \cdot (x + 1) \Rightarrow x = 8 \text{ birim}$$

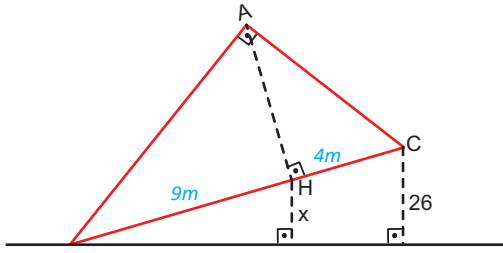
$$|BC| = 18 \text{ birim} \quad \text{Cevap C}$$



Örnek 8



Şekil - 1



Şekil - 2

Şekil 1'deki ABC dik üçgeni biçimindeki karton B noktası etrafında saatin dönme yönünün tersine bir miktar döndürüldüğünde Şekil 2'deki görünüm elde ediliyor.

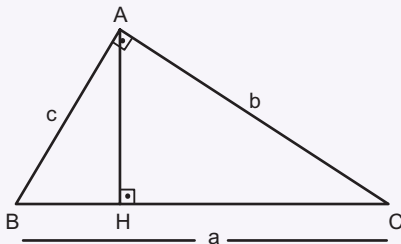
$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{AHC}) = 90^\circ$ ,  $2 \cdot |AB| = 3 \cdot |AC|$  ve Şekil 2'de C noktasının zemine uzaklığı 26 cm olduğuna göre, H noktasının zemine uzaklığı kaç cm olur?

- A) 12      B) 15      C) 16      D) 18      E) 21

$\widehat{ABC}$ de öklid teoremi	$9k^2 =  BH  \cdot  BC $
$4k^2 =  HC  \cdot  BC $	oranlarsak $\frac{9}{4} = \frac{ BH }{ HC }$
Benzerlikten	$\frac{9m}{13m} = \frac{x}{26} \Rightarrow x = 18 \text{ cm}$ <span style="float: right;">Cevap D</span>

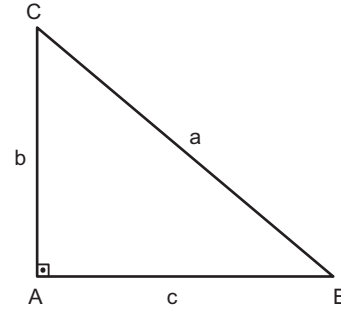


Gözlem



$m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ ,  $[AH] \perp [BC]$ ,  $|BC| = a$ ,  
 $|AC| = b$ ,  $|AB| = c$  olmak üzere,  
 Öklid teoremine göre  $c^2 = |BH| \cdot a$  ve  $b^2 = |HC| \cdot a$   
 Taraf tarafa toplarsak  
 $b^2 + c^2 = a \cdot (|BH| + |HC|) \Rightarrow b^2 + c^2 = a^2$  elde edilir.

Pisagor Teoremi

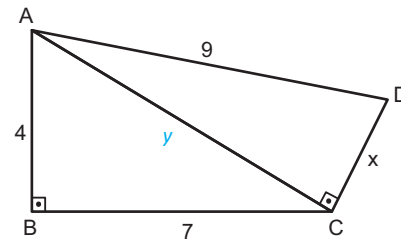


ABC dik üçgeninde Pisagor teoremine göre,

$$a^2 = b^2 + c^2 \text{ olur.}$$



Örnek 9



$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACD}) = 90^\circ$ ,  $|AB| = 4 \text{ cm}$ ,

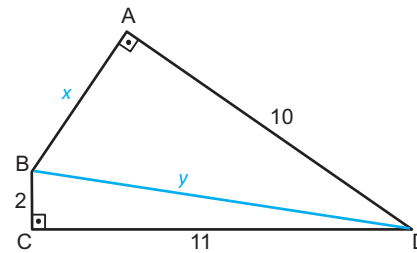
$|BC| = 7 \text{ cm}$ ,  $|AD| = 9 \text{ cm}$  olduğuna göre,  $|CD| = x$  kaç cm dir?

- A) 4      B)  $2\sqrt{5}$       C) 5      D)  $2\sqrt{7}$       E)  $\sqrt{30}$

$\widehat{ABC}$ de pisagor teoremi	$y^2 = 4^2 + 7^2$	$y^2 = 65$
$\widehat{ACD}$ de pisagor teoremi	$y^2 + x^2 = 9^2$	$65 + x^2 = 81 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 \text{ cm}$ <span style="float: right;">Cevap A</span>



Örnek 10



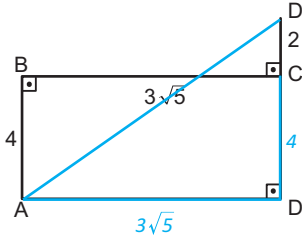
$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{BCD}) = 90^\circ$ ,  $|BC| = 2 \text{ cm}$ ,  $|CD| = 11 \text{ cm}$ ,

$|AD| = 10 \text{ cm}$  olduğuna göre,  $|AB|$  kaç cm dir?

- A) 4      B) 5      C)  $2\sqrt{7}$       D)  $4\sqrt{2}$       E) 6

$\widehat{BCD}$ de pisagor teoremi	$\widehat{ABD}$ de pisagor teoremi
$2^2 + 11^2 = y^2$	$x^2 + 10^2 = y^2$
$4 + 121 = x^2 + 100$	$x = 5$ <span style="float: right;">Cevap B</span>

## Örnek 11



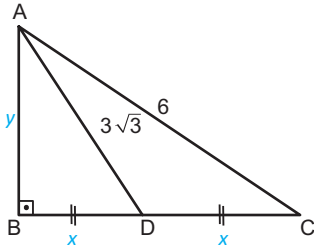
$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BCD}) = 90^\circ$ ,  $|AB| = 4$  birim,  $|BC| = 3\sqrt{5}$  birim,  $|CD| = 2$  birim olduğuna göre, A ile D noktaları arasındaki mesafe kaç birimdir?

- A)  $2\sqrt{15}$  B)  $6\sqrt{2}$  C)  $4\sqrt{5}$  D) 9 E) 10

$$\begin{aligned} |AD|^2 &= (3\sqrt{5})^2 + 6^2 \\ &= 45 + 36 \\ &= 81 \\ |AD| &= 9 \text{ cm} \end{aligned}$$

Cevap D

## Örnek 12



ABC dik üçgen,  $m(\widehat{B}) = 90^\circ$ ,  $|BD| = |DC|$ ,  $|AD| = 3\sqrt{3}$  birim,  $|AC| = 6$  birim olduğuna göre,  $|BC|$  kaç birimdir?

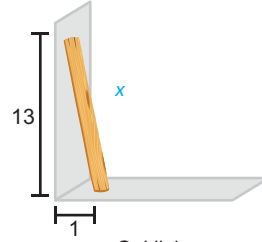
- A) 3 B)  $2\sqrt{3}$  C) 4 D)  $2\sqrt{5}$  E)  $2\sqrt{6}$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (3\sqrt{3})^2 & (2x)^2 + y^2 &= 6^2 \\ x^2 + y^2 &= 27 & 4x^2 + y^2 &= 36 \\ & & + x^2 + y^2 &= 27 \\ & & \hline & 3x^2 &= 9 \\ x^2 &= 3 \Rightarrow x &= \sqrt{3} \\ |BC| &= 2\sqrt{3} \text{ birim} \end{aligned}$$

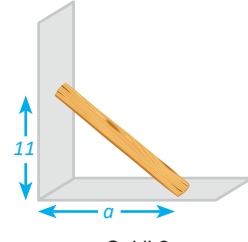
Cevap B

## Örnek 13

Şekil 1'de zemine dik olan duvara dayalı bir kalasın duvara temas ettiği noktanın yerden yüksekliği 13 m, zemine temas ettiği noktanın duvarın köşesine uzaklığı 1 m dir. Kalas aşağı doğru 2 m kayarak Şekil 2'deki gibi durmuştur.



Şekil 1



Şekil 2

Buna göre, kalas zeminde kaç metre kaymıştır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$13^2 + 1^2 = x^2$$

$$11^2 + a^2 = x^2$$

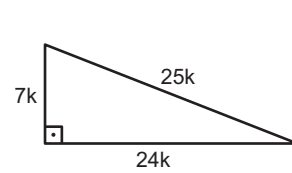
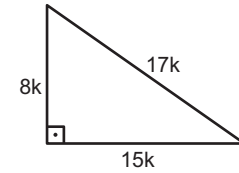
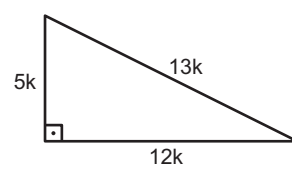
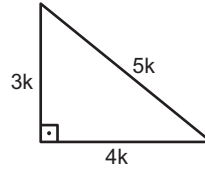
$$6 \text{ cm kaymıştır.}$$

$$170 = x^2$$

$$121 + a^2 = 170 \Rightarrow a^2 = 49 \Rightarrow a = 7 \text{ cm}$$

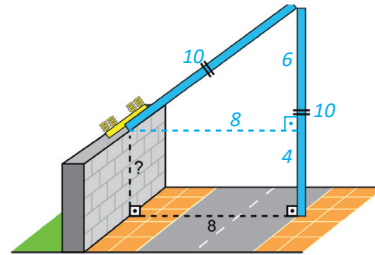
Cevap E

## Kenarlarına Göre Özel Dik Üçgenler



## Çıkış Soru 1

Uzunluğu 20 metre olan mavi renkli elektrik direği, fırtına nedeniyle tam ortadan kırılmış ve direğin uç noktası şekilde görüldüğü gibi direğe 8 metre uzakta bulunan duvarın üzerine gelmiştir.



Buna göre, duvarın yüksekliği kaç metredir?

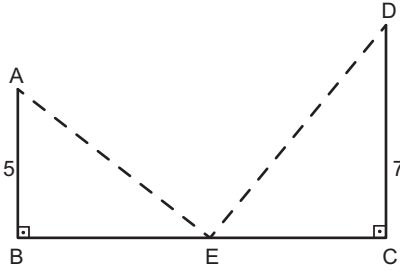
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(2018 TYT)

Sorulan yükseklik 4 m. dir.

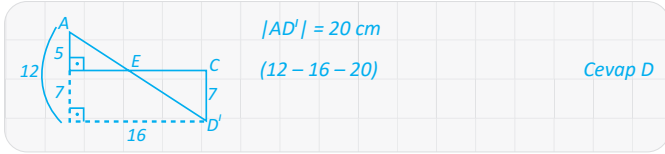
Cevap C

Örnek 14



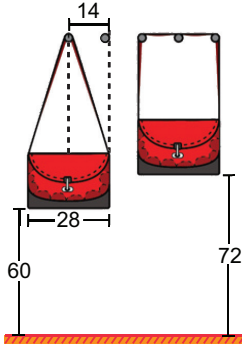
$[AB] \perp [BC]$ ,  $[DC] \perp [BC]$  ve  $E \in [BC]$ ,  $|AB| = 5$  cm,  $|DC| = 7$  cm ve  $|BC| = 16$  cm olduğuna göre,  $|AE| + |ED|$  toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 13      B) 15      C) 16      D) 20      E) 25



Çıkış Soru 2

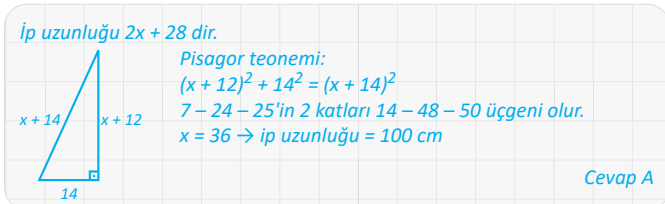
Bir duvara, yerden yükseklikleri aynı olacak şekilde 14 cm arayla beş askı yerleştirilmiştir. Ayşe, uzun kenarı 28 cm olan ve uzun kenarının uç noktalarını birleştiren birer kol askısına sahip dikdörtgen biçimindeki özdeş iki çantasını bu askılara şekildeki gibi asıyor.



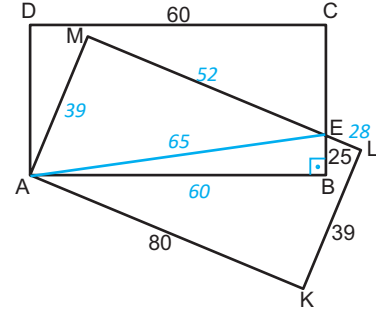
Bu durumda Ayşe, çantalarının yerden yüksekliklerini 60 ve 72 cm olarak ölçülüyor.

Buna göre, çantalardan birinin kol askısının uzunluğu kaç cm dir?

- A) 100      B) 108      C) 112      D) 120      E) 124  
(2019 TYT)



Örnek 15

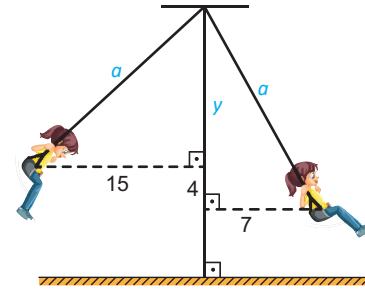


ABCD ve AKLM dikdörtgen,  $|DC| = 60$  cm,  $|BE| = 25$  cm,  $|KL| = 39$  cm,  $|AK| = 80$  cm olduğuna göre,  $|EL|$  kaç cm dir?

- A) 27      B) 28      C) 29      D) 30      E) 32

$25 - 60 - 65$  (5 - 12 - 13 katı)       $39 - 52 - 65$  (3 - 4 - 5 katı)  
 $|EL| = 80 - 52 = 28$  cm      Cevap B

Örnek 16



Şekildeki salıncakta sallanan Zeynep'in iki konumuna ait bazı uzunluklar verilmiştir.

Buna göre, salıncak ipinin uzunluğu kaç birimdir?

- A) 18      B) 20      C) 25      D) 26      E) 30

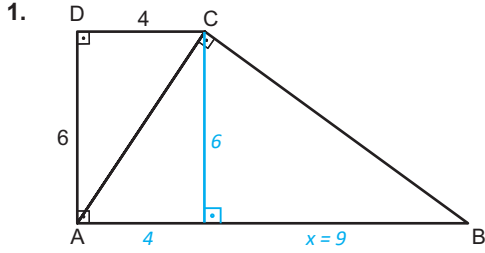
$y^2 + 15^2 = a^2$        $(y + 4)^2 + 7^2 = a^2$   
Buradan  $15 - 20 = 25$   
 $7 - 24 = 25$   
Üçgenleri tahmin edilir.  
İp uzunluğu = 25 birim      Cevap C

Örnek Cevap Anahtarı

1. C    2. B    3. A    4. D    5. E    6. D    7. C    8. D    9. A    10. B  
11. D    12. B    13. E    14. D    15. C    16. B

Çıkış Soru Cevap Anahtarı

1. C    2. A



$m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{ACB}) = 90^\circ$ ,  $|AD| = 6$  birim,  
 $|DC| = 4$  birim olduğuna göre,  $|BC|$  yi bulunuz.

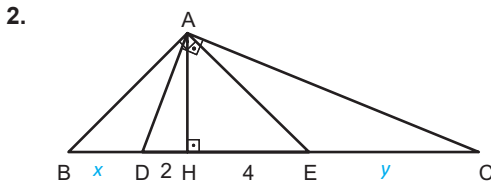
Öklid teoremi

$$6^2 = 4 \cdot x \Rightarrow x = 9$$

Pisagor teoremi

$$|BC|^2 = 6^2 + 9^2$$

$$|BC| = 3\sqrt{13} \text{ birim}$$



ABC üçgen,  $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{DAC}) = 90^\circ$ ,  
 $[AH] \perp [BC]$ ,  $|DH| = 2$  cm,  $|HE| = 4$  cm

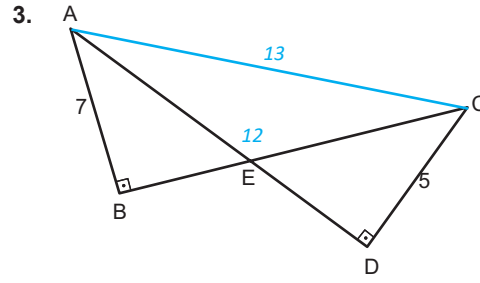
olduğuna göre,  $\frac{|BD|}{|EC|}$  oranını bulunuz.

$$\widehat{ABE} \text{ 'de öklid teoremi } |AH|^2 = 4 \cdot (2 + x)$$

$$\widehat{ADC} \text{ 'de öklid teoremi}$$

$$|AH|^2 = 2 \cdot (4 + y)$$

$$\text{Eşitlersek } 8 + 4x = 8 + 2y \quad 2x = y \Rightarrow \frac{|BD|}{|EC|} = \frac{1}{2}$$



$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ADC}) = 90^\circ$ ,  $|AB| = 7$  cm,  $|AD| = 12$  cm,  
 $|DC| = 5$  cm olduğuna göre,  $|BC|$  yi bulunuz.

$$\widehat{ADC} \text{ 'de } |AC| = 13 \text{ (} 5 - 12 - 13 \text{)}$$

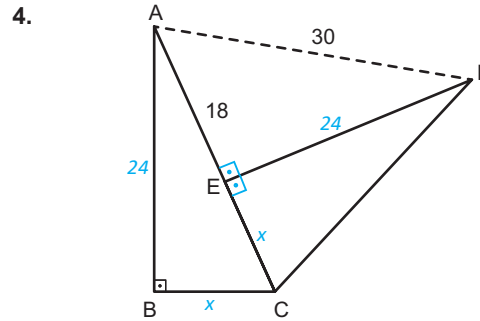
$$\widehat{ABC} \text{ 'de pisagor teoremi}$$

$$7^2 + |BC|^2 = 13^2$$

$$|BC|^2 = 169 - 49$$

$$|BC| = \sqrt{120} = 2\sqrt{30} \text{ cm}$$

eğilimvadisı



$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEC}$ ,  $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$ ,  $|AD| = 30$  birim ve  
 $|AE| = 18$  birim olduğuna göre,  $|DC|$  yi bulunuz.

$$\widehat{AED} \quad 18 - 24 - 30 \text{ üçgenidir. (} 3 - 4 - 5 \text{)}$$

$$|ED| = |AB| = 24 \text{ ve } |BC| = |EC| = x$$

$$\widehat{ABC} \text{ 'de pisagor}$$

$$x^2 + 24^2 = (18 + x)^2 \text{ (} 7 - 24 - 25 \text{ üçgeni)}$$

$$x = 7 \Rightarrow |DC| = 25 \text{ birim}$$



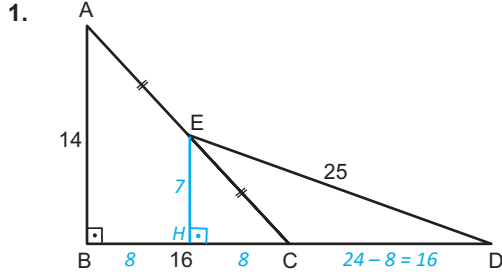
Açık Uçlu Sorular Cevap Anahtarı

1.  $3\sqrt{13}$

2.  $\frac{1}{2}$

3.  $2\sqrt{30}$

4. 25



ABC dik üçgen,  $[AB] \perp [BD]$ ,  $|AB| = 14$  cm,  $|BC| = 16$  cm,  $|ED| = 25$  cm ve  $|AE| = |EC|$  olduğuna göre,  $|CD|$  kaç cm dir?

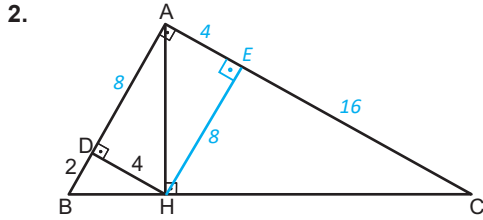
- A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

*E'den dik indirilir. Benzerlikten  $|EH| = 7$  cm,  $|BH| = |HC| = 8$  cm olur.*

*$\widehat{EHC}$  7-24-25 üçgeni olur.*

*$|CD| = 16$  cm*

Cevap C



ABC dik üçgen,  $[AH] \perp [BC]$ ,  $[AB] \perp [DH]$ ,  $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ ,  $|DH| = 4$  cm,  $|BD| = 2$  cm olduğuna göre,  $|AC|$  kaç cm dir?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

*$\widehat{AHB}$  'de öklid teoremi*

*$4^2 = 2 \cdot |AD| \Rightarrow |AD| = 8$  cm*

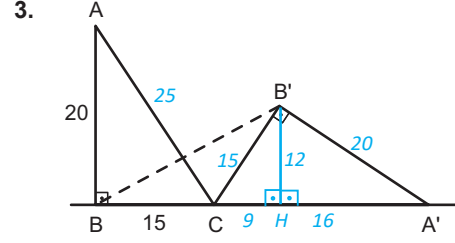
*$[HE] \perp [AC]$  biçiminde  $[HE]$  çizilir.*

*$\widehat{AHC}$  'de öklid teoremi*

*$8^2 = 4 \cdot |EC| \Rightarrow |EC| = 16$  cm*

*$|AC| = 4 + 16 = 20$  cm*

Cevap E



ABC dik üçgeni, C köşesi etrafında saatin dönme yönünde B, C ve A' köşeleri doğrusal olacak biçimde döndürülüyor.

$|AB| = 20$  birim,  $|BC| = 15$  birim ve  $m(\widehat{ABA'}) = 90^\circ$  olduğuna göre,  $|BB'|$  kaç birimdir?

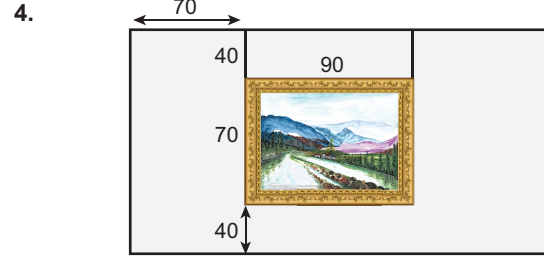
- A) 13 B)  $4\sqrt{10}$  C)  $8\sqrt{3}$  D)  $12\sqrt{5}$  E) 15

*$[BH]$  çizilir. Öklid teoremine göre,  $15^2 = |CH| \cdot 25 \Rightarrow |CH| = 9$  ve  $|HA'| = 16$   
 $\Rightarrow |B'H|^2 = 9 \cdot 16 \Rightarrow |B'H| = 12$*

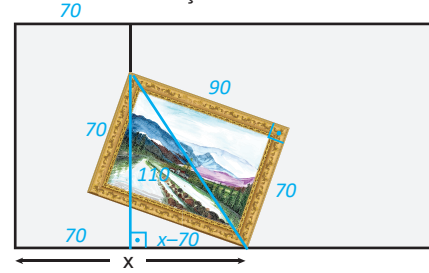
*$(\widehat{BB'H})$  'de pisagor teoremi*

*$|BB'|^2 = 12^2 + 24^2 \Rightarrow |BB'| = 12\sqrt{5}$  birim*

Cevap D



Şekil - 1



Şekil - 2

Şekil 1'de duvara üst köşelerinden 40 cm uzunluğunda iplerle asılı olan dikdörtgen tablo verilmiştir. Sağdaki ip koptuğunda tablo Şekil 2'deki gibi zemine düşmüş ve durmuştur.

Şekil 1'de cm türünden verilen uzunluklara göre, Şekil 2'deki x uzunluğu kaç cm dir?

- A) 80 B) 90 C) 100 D) 110 E) 120

*$70^2 + 90^2 = 110^2 + (x - 70)^2$*

*$30 = x - 70 \Rightarrow x = 100$  cm*

Cevap C



Cevap Anahtarı

1. C

2. E

3. D

4. C