



Tanıtım

Tema: Eşlik ve Benzerlik

Konu: Eşlik ve Benzerlik

Alt Konu: Tales, Temel Oranti Teoremi ve Benzerlik

Temanın Amacı: Üçgenlerde Tales (Temel Oranti Teoremi), Öklid ve Pisagor teoremlerini ispatlayabilme, çıkarım yapabilme ve problem çözebilme

Anahtar Kavramlar: Tales teoremi, Öklid teoremi, Pisagor teoremi

Semboller: \cong , \sim



Köprü Kurma

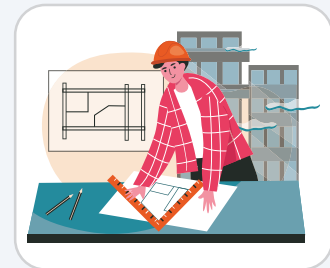
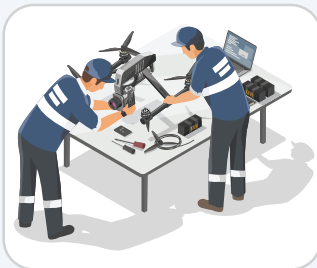
Tales teoremi matematik ve geometride önemli bir yere sahiptir. Üçgenler ve oranlar konularında birçok sonucun ortaya çıkmasını sağlar.

Bu teorem, benzer üçgenlerin oranlarını belirlemek için kullanılır. Bir çok geometrik problemde çözümler sunar ve diğer teoremlerin kanıtlanmasında kullanılır.

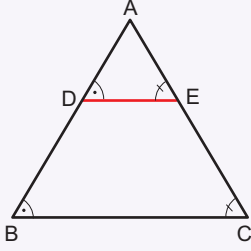
Mühendislik, mimarlık ve sanat gibi alanlarda pratik uygulamalara sahiptir. Özellikle ölçüm ve ölçeklendirme konularında önemli bir araçtır.

Matematik eğitiminde öğrencilere geometri ve oran kavramlarını öğretmek için sıklıkla kullanılır.

Bu teorem, oran ve orantı kavramlarının matematikteki önemini vurgular.



Gözlem



ABC üçgeninde $|BC| \parallel |DE|$ ise

$$\bullet m(\widehat{B}) = m(\widehat{ADE})$$

$$\bullet m(\widehat{C}) = m(\widehat{AED}) \text{ olur.}$$

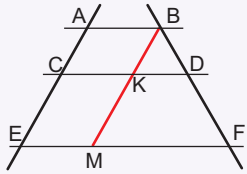
$$\text{Buradan, } \frac{|AB|}{|AD|} = \frac{|AC|}{|AE|}$$

Bu durumda $(\widehat{ABC}) \sim (\widehat{ADE})$ olur.

$$\Rightarrow \frac{|AD| + |DB|}{|AD|} = \frac{|AE| + |EC|}{|AE|}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{|DB|}{|AD|} = 1 + \frac{|EC|}{|AE|}$$

$$\Rightarrow \frac{|DB|}{|AD|} = \frac{|EC|}{|AE|} \text{ olur. (temel orantı)}$$



$AB \parallel CD \parallel EF$ ise

AE ye paralel BM çizilir.

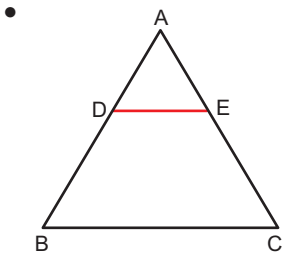
$$|AC| = |BK|$$

$$|CE| = |KM|$$

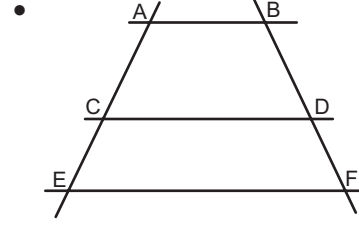
\widehat{BMF} 'de Temel orantı

$$\frac{|BK|}{|KM|} = \frac{|BD|}{|DF|} \Rightarrow \frac{|AC|}{|CE|} = \frac{|BD|}{|DF|} \quad (\text{Tales Teoremi})$$

Temel Orantı ve Tales Teoremleri



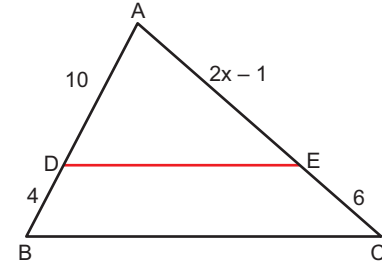
$[DE] \parallel [BC]$ ise temel orantı teoremine göre, $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|}$ olur.



$AB \parallel CD \parallel EF$ ise Tales teoremine göre, $\frac{|AC|}{|CE|} = \frac{|BD|}{|DF|}$ olur.

- Bu teoremlere göre çizilen paralel doğrular kestikleri doğruları aynı oranda böler.

Örnek 1



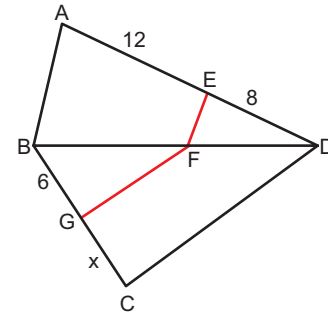
ABC üçgen, $[DE] \parallel [BC]$, $|AD| = 10$ cm, $|DB| = 4$ cm, $|EC| = 6$ cm, $|AE| = 2x - 1$ cm olduğuna göre, x kaç cm dir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$$\frac{10}{4} = \frac{2x - 1}{6} \Rightarrow x = 8$$

Cevap C

Örnek 2



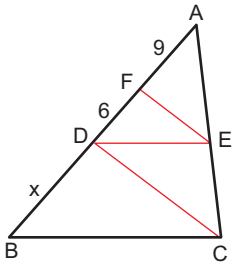
ABD ve BCD üçgen, $[EF] \parallel [AB]$, $[GF] \parallel [DC]$, $|AE| = 12$ birim, $|ED| = 8$ birim, $|BG| = 6$ birim olduğuna göre, $|GC| = x$ kaç birimdir?

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) 4 E) 6

$$\frac{12}{8} = \frac{|BF|}{|FD|} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 4 \text{ birim}$$

Cevap D

Örnek 3



ABC üçgen,
 $[BC] \parallel [DE]$,
 $[DC] \parallel [FE]$,
 $|AF| = 9$ cm,
 $|DF| = 6$ cm

olduğuna göre, $|BD| = x$ kaç birimdir?

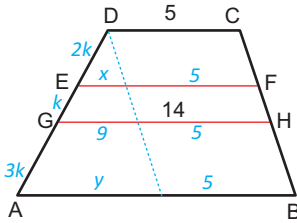
- A) 6 B) 7,5 C) 8 D) 9 E) 10

$$\frac{|AE|}{|EC|} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{|AE|}{|EC|} = \frac{|AD|}{|DB|}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

Cevap E

Örnek 4



ABCD dörtgen,
 $[AB] \parallel [GH] \parallel [EF] \parallel [DC]$,
 $|DC| = 5$ cm,
 $|GH| = 14$ cm ve
 $3 \cdot |DE| = 6 \cdot |GE| = 2 \cdot |AG|$

olduğuna göre $|AB| + |EF|$ kaç cm dir?

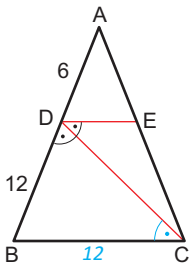
- A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

$$\frac{2k}{3k} = \frac{x}{9} \Rightarrow x = 6, \quad \frac{3k}{6k} = \frac{9}{y} \Rightarrow y = 18$$

$$|EF| = 5 + 6 = 11 \text{ cm}, \quad |AB| = 18 + 5 = 23 \text{ cm}, \quad 23 + 11 = 34 \text{ cm}$$

Cevap D

Örnek 5



ABC üçgen,
 $[BC] \parallel [DE]$,
 $|AD| = 6$ cm,
 $|BD| = 12$ cm ve
 $m(\widehat{BDC}) = m(\widehat{EDC})$

olduğuna göre, $|DE|$ kaç cm dir?

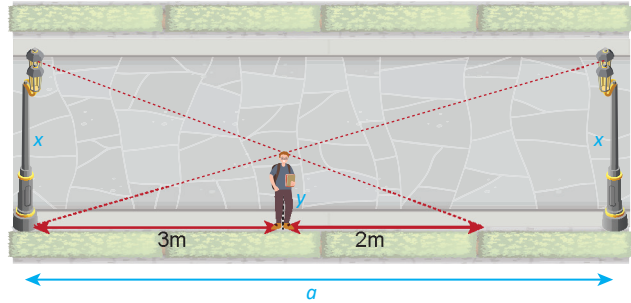
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$\text{İç ters açıdan } m(\widehat{EDC}) = m(\widehat{DCB})$$

$$|DB| = |BC| = 12 \text{ cm}, \quad \frac{6}{18} = \frac{|DE|}{12} \Rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

Cevap C

Örnek 6



Doğrusal bir yol üzerinde eşit yükseklikteki iki lamba direği ve bu direkler arasında bir çocuk gösterilmiştir.

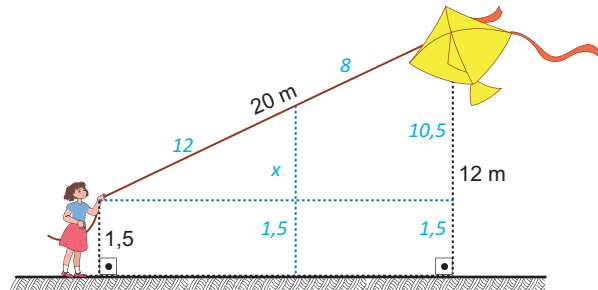
Lambaların iki tarafta oluşturduğu gölge boyları 3 m ve 2 m olduğuna göre, direkler arası mesafe kaç m dir?

- A) 7,5 B) 9 C) 10 D) 10,5 E) 12

$$\frac{2}{5} = \frac{y}{x} \text{ ve } \frac{3}{a} = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{3}{a} \Rightarrow 7,5 \text{ m}$$

Cevap A

Örnek 7



Doğrusal bir zeminde duran Ayşe'nin, zeminden 1,5 m yüksekte tuttuğu ipe bağlı olan uçurtma zeminden 12 m yüksekliktedir.

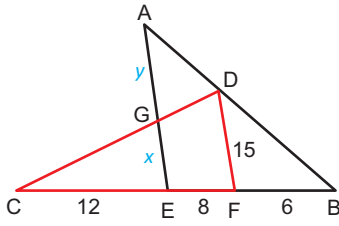
İpin uzunluğu 20 m iken ipin zeminle yaptığı açığı değiştirmeden 8 m lik kısmını sardığında uçurtmanın yerden yüksekliği kaç metre olur?

- A) 7,2 B) 7,8 C) 8,1 D) 8,4 E) 8,6

$$\frac{12}{20} = \frac{x}{10,5} \Rightarrow x = 6,3 \quad 6,3 + 1,5 = 7,8 \text{ m}$$

Cevap B

Örnek 8



AEB ve DCF üçgen,

[AE] // [DF]

|CE| = 12 cm,

|EF| = 8 cm

|FB| = 6 cm

|DF| = 15 cm olduğuna göre, |AG| kaç cm dir?

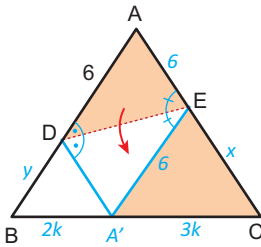
- A) 20 B) 21 C) 24 D) 25 E) 26

$$\frac{12}{20} = \frac{x}{15} \Rightarrow x = 9$$

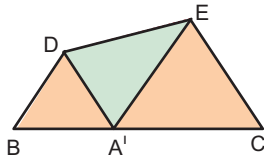
$$\frac{6}{14} = \frac{15}{y+9} \Rightarrow y = 26 \text{ cm}$$

Cevap E

Örnek 9



Sekil 1



Sekil 2

Şekil 1'deki \widehat{ADE} , [DE] boyunca katlandığında A noktası BC kenarı üzerindeki A' noktası üzerine gelmiştir ve [A'E] // [BD] olmuştur.

3. |BA'| = 2. |A'C| ve |AD| = 6 cm olduğuna göre,

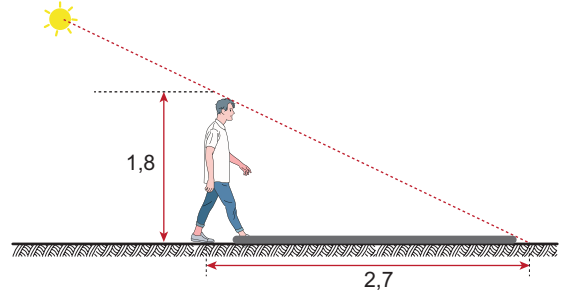
|BD| + |EC| kaç cm dir?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

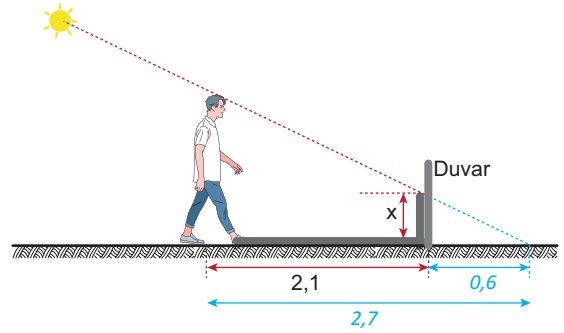
$$\frac{x}{6} = \frac{3k}{2k} \Rightarrow x = 9 \text{ m} \quad \frac{3k}{5k} = \frac{6}{6+y} \Rightarrow y = 4 \text{ cm} \quad 9+4 = 13 \text{ cm}$$

Cevap C

Örnek 10



Şekil 1



Şekil 2

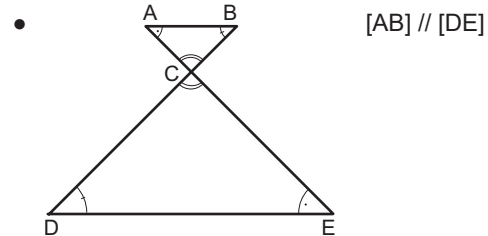
Şekil 1'de boyu 1,8 m olan Selim'in günün belli bir saatindeki gölge boyu 2,7 m olmuştur.

Şekil 2'de aynı saatte Selim'in gölgesinin kendisine 2,1 m uzaklıkta olan duvardaki kısmının yüksekliği (x) kaç m dir?

- A) 0,3 B) 0,4 C) 0,5 D) 0,6 E) 0,9

$$\frac{0,6}{2,7} = \frac{x}{1,8} \Rightarrow x = 0,4 \text{ m}$$

Cevap B

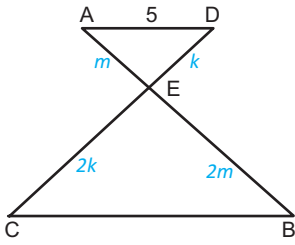


[AB] // [DE]

Şekilde gösterilen açı eşitliklerinden dolayı $\widehat{ABC} \sim \widehat{EDC}$ olur.

Buradan $\frac{|AC|}{|CE|} = \frac{|BC|}{|CD|} = \frac{|AB|}{|DE|}$ elde edilir.

Örnek 11



C, E ve D noktaları doğrusal,
 $[AD] \parallel [BC]$
 $|CE| = 2|ED|$
 $|AB| = 12$ birim
 $|AD| = 5$ birim

olduğuna göre, $|EB| + |BC|$ kaç birimdir?

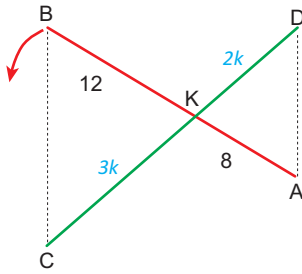
- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

$$\frac{k}{2k} = \frac{|AE| \rightarrow m}{|EB| \rightarrow 2m} \quad 3m = 12, m = 4 \rightarrow 2m = 8$$

$$\frac{k}{2k} = \frac{5}{|CB|} \Rightarrow |CB| = 10 \quad 10 + 8 = 18 \text{ birim}$$

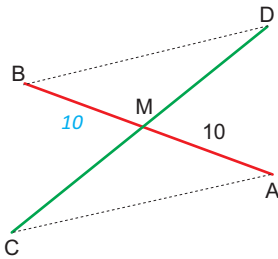
Cevap D

Örnek 12



Yukarıdaki şekilde uzunluğu 20 cm olan kırmızı çubuk ile uzunluğu 25 cm olan yeşil çubuk $[AD] \parallel [BC]$ olacak biçimde K noktasında üst üste gelmiştir.

Sadece kırmızı çubuk A noktası etrafında saatin tersi yönünde bir miktar döndürüldüğünde aşağıdaki gibi $[AC] \parallel [BD]$ olmuştur.



Verilen uzunluklara göre, $|KM|$ kaç cm dir?

- A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 4 E) 4,5

$$1. \text{ şekilde benzerlikten } \frac{8}{12} = \frac{|KD| \rightarrow 2k}{|KC| \rightarrow 3k}$$

$$5k = 25$$

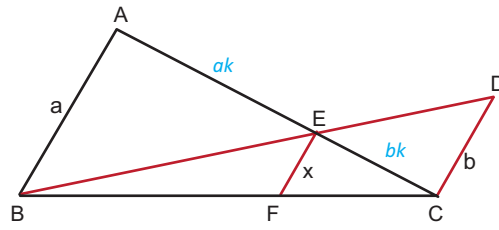
$$k = 5 \Rightarrow |KD| = 10$$

$$2. \text{ şekilde benzerlikten } \frac{10}{10} = \frac{|MD|}{|MC|} \Rightarrow |MD| = |MC| = 12,5$$

$$|KM| = 12,5 - 10 = 2,5 \text{ cm}$$

Cevap B

Örnek 13



ABC ve DBC üçgen, $[AB] \parallel [EF] \parallel [DC]$, $|AB| = a$ cm, $|DC| = b$ cm olduğuna göre, $|EF| = x$ 'in a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a+b}{ab}$ B) $\frac{1}{a+b}$ C) $\frac{ab}{a+b}$ D) $\frac{a}{a+b}$ E) $\frac{b}{a+b}$

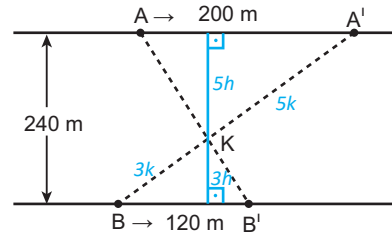
$$\widehat{ABE} \sim \widehat{CDE} \Rightarrow |AE| = ak \text{ ve } |CE| = bk$$

$$ABC \text{ üçgeninde } \frac{bk}{bk+ak} = \frac{x}{a}$$

$$\frac{b}{a+b} = \frac{x}{a} \Rightarrow x = \frac{a \cdot b}{a+b} \quad \left(\frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

Cevap C

Örnek 14



Birbirine paralel olan iki yol üzerindeki A ve B noktalarında bulunan iki kişi ok yönlerinde sırasıyla 200 m ve 120 m yol olarak A' ve B' noktalarına gelmiştir.

Yollar arasındaki mesafe 240 m olduğuna göre, $[AB']$ ile $[A'B]$ nin kesişim noktası olan K noktasının üstteki yola uzaklığı kaç m dir?

- A) 120 B) 140 C) 150 D) 160 E) 180

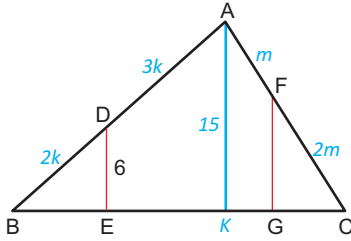
$$8h = 240$$

$$h = 30 \Rightarrow 5h = 150$$

Cevap C

Bir üçgenden hareketle ona benzer üçgenler oluşturma

Örnek 15



ABC üçgen, $[DE] \parallel [FG]$, $3 \cdot |BD| = 2 \cdot |AD|$, $|FC| = 2|AF|$,
 $|DE| = 6$ cm olduğuna göre, **$|FG|$ kaç cm'dir?**

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

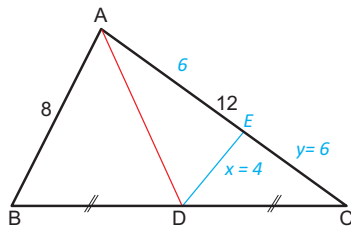
$[DE]$ ve $[FG]$ ye paralel olan $[AK]$ çizilerek benzer üçgenler oluşturulur.

$$\frac{2k}{5k} = \frac{6}{|AK|} \Rightarrow |AK| = 15$$

$$\frac{2m}{3m} = \frac{|FG|}{15} \Rightarrow |FG| = 10 \text{ cm}$$

Cevap A

Örnek 16



ABC üçgen, $|BD| = |DC|$, $|AD| = 8$ cm, $|AC| = 12$ cm olduğuna göre, **$|AD|$ kaç tam sayı değeri alır?**

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

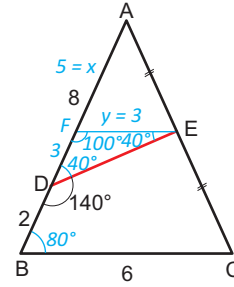
$[AB]$ ye paralel olarak $[DE]$ çizilir ve benzerlik oluşturulur.

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 4 \text{ ve } y = 6 \text{ cm dir.}$$

$$6 - 4 < |AD| < 6 + 4 \Rightarrow 2 < |AD| < 10 \text{ 7 değer alır}$$

Cevap C

Örnek 17



ABC üçgen, $|AE| = |EC|$, $|AD| = 8$ cm, $|BD| = 2$ cm,
 $|BC| = 6$ cm ve $m(\widehat{BDE}) = 140^\circ$ olduğuna göre, **$m(\widehat{B})$ kaç derecedir?**

- A) 50 B) 60 C) 70 D) 75 E) 80

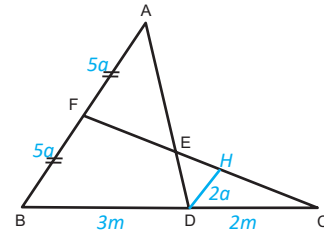
$[BC]$ 'ye paralel $[EF]$ çizilir ve benzerlik oluşturulur.

$$\frac{x}{10} = \frac{y}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 5 \text{ cm, } y = 3 \text{ cm}$$

$$|EF| = |FD| = 3 \text{ cm} \Rightarrow m(\widehat{B}) = 80^\circ \text{ olur.}$$

Cevap E

Örnek 18



ABD ve BFC üçgen, $|AF| = |FB|$, $2|BD| = 3|DC|$ olduğuna göre,
 $\frac{|AE|}{|ED|}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 2

$[AB]$ ye paralel $[DH]$ çizilir.

$$\frac{2m}{5m} = \frac{|DH|}{|BF|} \rightarrow 2a$$

Benzerlikten

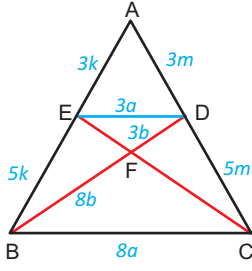
$$\frac{|AE|}{|ED|} = \frac{5a}{2a} = \frac{5}{2}$$

Cevap D

Örnek Cevap Cevap Anahtarı

1. C 2. D 3. E 4. D 5. C 6. A 7. B 8. E 9. C 10. B
 11. D 12. B 13. C 14. C 15. A 16. C 17. E 18. D

1.



ABC üçgen, $[BD] \cap [CE] = \{F\}$, $|BD| = 22$ cm

$$\frac{|EA|}{|EB|} = \frac{|AD|}{|DC|} = \frac{3}{5} \text{ olduğuna göre,}$$

|FB| nin kaç cm olduğunu bulunuz.

[ED] nin çizilir. Oranlar aynı olduğundan $[ED] \parallel [BC]$ dir.

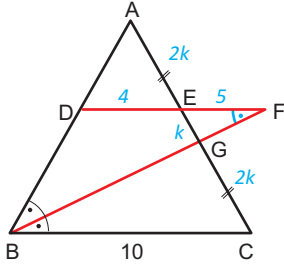
$$\frac{|AE|}{|AB|} = \frac{|ED|}{|BC|} = \frac{3}{8} \quad \frac{|ED|}{|BC|} = \frac{|FD|}{|BF|} = \frac{3}{8}$$

$$3b + 8b = 22$$

$$11b = 22 \rightarrow b = 2$$

$$|BF| = 16 \text{ cm}$$

2.



ABC üçgen, $[BC] \parallel [DE]$, $m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{CBF})$

$$|AE| = |GC| = 2 \cdot |EG|, \quad |BC| = 10 \text{ cm}$$

olduğuna göre, **|BD| kaç cm olduğunu bulunuz.**

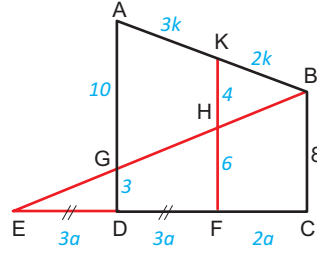
Paralellikten $m(\widehat{DBF}) = m(\widehat{BFD}) \Rightarrow |BD| = |DF|$

$$\frac{k}{2k} = \frac{|EF|}{10} \Rightarrow |EF| = 5 \text{ cm}$$

$$\frac{2k}{5k} = \frac{|DE|}{10} \Rightarrow |DE| = 4 \text{ cm}$$

$$|BD| = |DF| = 9 \text{ cm}$$

3.



ABCD dörtgen, BEC üçgen, $2 \cdot |AK| = 3 \cdot |KB|$, $|ED| = |DF|$, $[AD] \parallel [KF] \parallel [BC]$, $|BC| = 8$ birim, $|AD| = 13$ birim olduğuna göre, **|KF| yi bulunuz.**

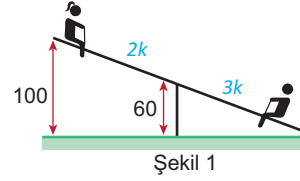
$$\frac{3a}{8a} = \frac{|GD|}{8} \rightarrow |GD| = 3$$

$$\frac{6a}{8a} = \frac{|HF|}{8} \rightarrow |HF| = 6$$

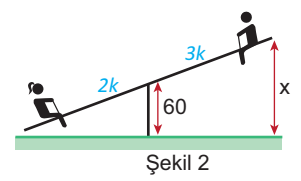
$$\frac{2k}{5k} = \frac{|HK|}{10} \rightarrow |HK| = 4, \quad |KF| = 6 + 4 = 10 \text{ birim}$$

eğilimvadisiz

4.



Şekil 1



Şekil 2

Şekillerde doğrusal zemin üzerine yerleştirilmiş bir tahterevalli gösterilmiştir. Sağ uç yere değdiğinde sol uç yerden 100 cm yüksek ve desteğin boyu 60 cm olduğuna göre, **Şekil 2 de sol uç yere değdiğinde sağ ucun yerden kaç cm yükseklikte olduğunu bulunuz.**

$$\frac{60}{100} = \frac{3}{5} \quad \frac{2k}{5k} = \frac{60}{x} \Rightarrow x = 150 \text{ cm}$$



Açık Uçlu Sorular Cevap Anahtarı

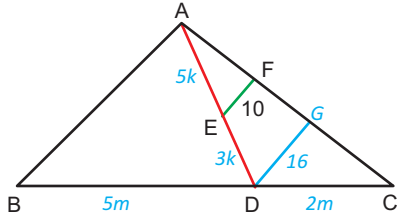
1. 16

2. 9

3. 10

4. 150

1.



ABC üçgen, A, E ve D doğrusal

3. $|AE| = 5|ED|$, $2|BD| = 5|DC|$, $[EF] \parallel [AB]$ ve $|EF| = 10$ cm olduğuna göre, **$|AB|$ kaç cm dir?**

- A) 48 B) 50 C) 52 D) 54 E) 56

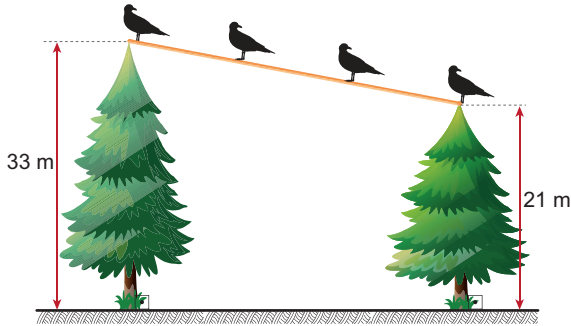
$[AB]$ ve $[EF]$ ye paralel $[DG]$ çizilir.

$$\frac{5k}{8k} = \frac{10}{|DG|} \Rightarrow |DG| = 16 \text{ cm}$$

$$\frac{2m}{7m} = \frac{16}{|AB|} \Rightarrow |AB| = 56 \text{ cm}$$

Cevap E

2.

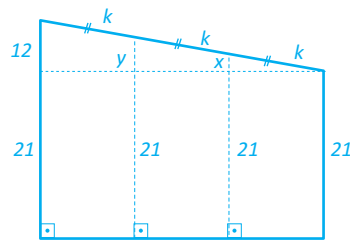


Doğrusal zeminde, zemine dik olan iki ağacın boyları 33 m ve 21 m dir.

Bu ağaçların tepesine bağlanmış doğrusal bir telin üzerine eşit aralıklarla 4 kuş konmuştur.

Buna göre, ortadaki iki kuşun zemine olan uzaklıkları toplamı kaç m'dir?

- A) 46 B) 48 C) 50 D) 52 E) 54

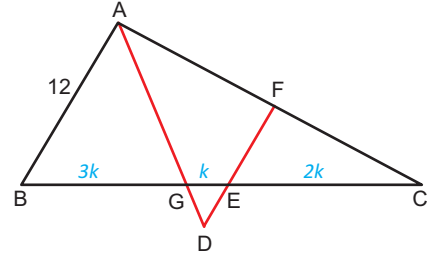


$$\frac{k}{3k} = \frac{x}{12} \Rightarrow x=4 \Rightarrow 21+4=25 \text{ cm}, \frac{2k}{3k} = \frac{y}{21} \Rightarrow y=8 \Rightarrow 21+8=29 \text{ m}$$

$$25 + 29 = 54 \text{ m}$$

Cevap E

3.



ABC ve ADF üçgen, $[AB] \parallel [DF]$

2. $|BG| = 6|GE| = 3|EC|$, $|AB| = 12$ cm

olduğuna göre, **$|DF|$ kaç cm dir?**

- A) 6 B) 7 C) 7,5 D) 8 E) 9

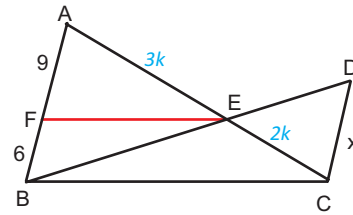
$$\frac{3k}{k} = \frac{12}{|DE|} \Rightarrow |DE| = 4 \text{ cm}$$

$$\frac{2k}{6k} = \frac{|EF|}{12} \Rightarrow |EF| = 4 \text{ cm}$$

$$|DF| = 4 + 4 = 8 \text{ cm}$$

Cevap D

4.



ABC ve BDC üçgen, $[AB] \parallel [DC]$, $[EF] \parallel [BC]$,

$|AF| = 9$ cm, $|BF| = 6$ cm olduğuna göre,

$|CD| = x$ kaç cm dir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 10,5 E) 12

$$\frac{9}{6} = \frac{3}{2} = \frac{|AE|}{|EC|}$$

$$\frac{3k}{2k} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

Cevap C



Cevap Anahtarı

1. E

2. E

3. D

4. C