



Tanıtım

Tema: Eşlik ve Benzerlik

Konu: Eşlik ve Benzerlik

Alt Konu: İki Üçgenin Eş veya Benzer Olması İçin Gerekli Olan Asgari Koşullar.

Temanın Amacı: İki üçgenin birbirine eş ve benzer olduğunu anlamak için gerekli asgari koşullarla ilgili çıkarım yapabilme, eşlik veya benzerlik kullanarak problem çözebilme.

Anahtar Kavramlar: Eşlik, benzerlik

Semboller: \cong , \sim

Köprü Kurma

Eşlik ve benzerlik günlük hayatta ve değişik alanlarda bir çok yerde önemli bir kullanıma sahiptir.

Binaların ve köprülerin tasarımında üçgenlerin eşlik ve benzerlik özellikleri kullanılır. Örneğin, benzer üçgenler, büyük yapılar inşa ederken ölçeklendirme yapmada yardımcı olabilir.



Paraloks yöntemiyle, iki farklı noktadan aynı gök cisminin açısal yer değiştirmesi ölçülerek cismin Dünya'ya uzaklığı hesaplanır. Bu hesaplamalar benzer üçgenler kullanılarak yapılır.



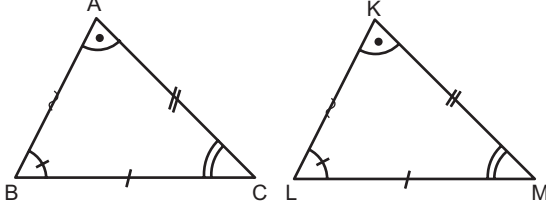
Ressamlar nesnelerin perspektifini doğru şekilde çizmek için üçgenlerin benzerliğini kullanır. Örneğin, uzaklaşan bir yolun çizimi gözleme noktasından uzaklaştıkça küçülen benzer üçgenler kullanılarak yapılır.



Fotoğraflarda perspektif ve derinlik oluşturmak için benzer üçgenlerden yararlanılır.

Üçgenlerde Eşlik

İki üçgenin köşeleri arasında bire bir eşleme yapıldığında üçgenlerin karşılıklı açı ölçüleri eşit ve eşit olan açılardan karşısındaki kenarlar eşit uzunlukta ise bu üçgenler eş üçgenlerdir. Eşlik " \cong " sembolü ile gösterilir.



Yukarıdaki üçgenler birbirine eştir.

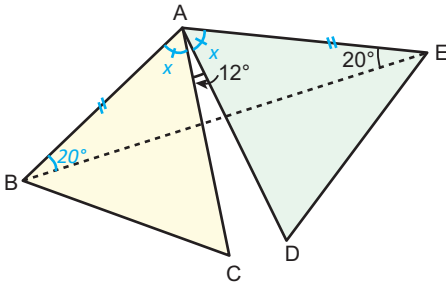
$$\widehat{ABC} \cong \widehat{KLM}$$

Bu yazımda karşılıklı köşeler aynı sırada yazılır.

- Dönüşümler sonunda üçgenin açı ölçüleri ve kenar uzunlukları değişmediğinden bir üçgenin çeşitli dönüşümler altındaki görüntüsü kendisine eşittir.



Örnek 1



$$\widehat{ABC} \cong \widehat{AED}, m(\widehat{CAD}) = 12^\circ, m(\widehat{AEB}) = 20^\circ$$

olduğuna göre, $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

- A) 56 B) 58 C) 60 D) 62 E) 64

$\widehat{ABC} \cong \widehat{AED}$ olduğundan $|AB| = |AE|$ ve $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DAE})$ olur.

$$2x + 12^\circ + 20^\circ + 20^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 128^\circ \Rightarrow x = 64^\circ$$

Cevap E

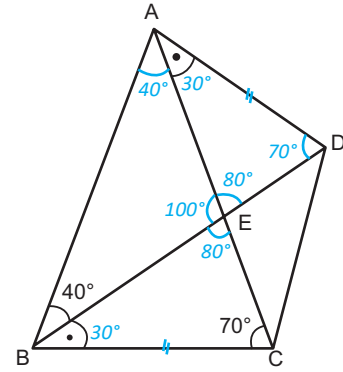
Üçgenlerde Eş Olma Koşulları

1. Açı - Kenar - Açı Eşliği

- Karşılıklı ikişer açı ölçüsünün ve bir kenar uzunluğunun eşit olması iki üçgenin eş olması için gerekli asgari koşullardan biridir.



Örnek 2



ABC ikizkenar üçgen, $|AB| = |AC|$, $m(\widehat{C}) = 70^\circ$, $m(\widehat{ABD}) = 40^\circ$, $m(\widehat{CAD}) = m(\widehat{EBC})$ olduğuna göre,

- $\widehat{ABC} \cong \widehat{BAD}$
- $\widehat{AEB} \cong \widehat{ADC}$
- $\widehat{AED} \cong \widehat{BEC}$

yargılardan hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

I. Doğru

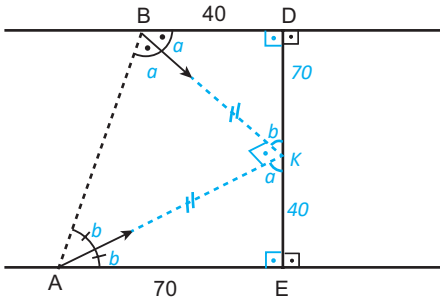
Açıları ve kenarları eşit

III. Doğru

Açıları ve kenarları eşit

Cevap D

Örnek 3



Şekilde birbirine paralel olan iki yol üzerinde A ve B noktalarındaki Emir ve Duru okları yönünde açortay olacak biçimde aynı hızla yürüdüklerinde [DE] üzerinde bir noktada buluşuyorlar.

$[DE] \perp [AE]$, $|BD| = 40$ m, $|AE| = 70$ m

olduğuna göre, yollar arasındaki uzaklık kaç metredir?

- A) 90 B) 110 C) 120 D) 140 E) 150

$$2a + 2b = 180^\circ$$

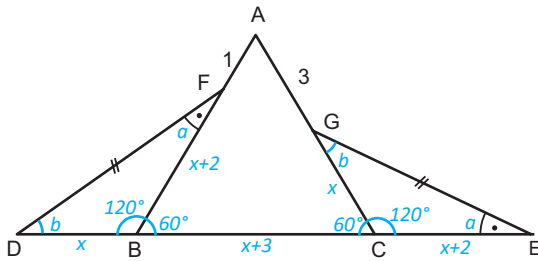
$$a + b = 90^\circ$$

$$\widehat{BDK} \cong \widehat{KEA} \text{ (Açıları eşit, hipotenüsleri eşit)}$$

$$|DE| = 70 + 40 = 110 \text{ metre}$$

Cevap B

Örnek 4



ABC eşkenar üçgen, $m(\widehat{DFB}) = m(\widehat{GED})$, $|AF| = 1$ cm, $|AG| = 3$ cm ve $|DE| = 11$ cm ve $|DF| = |GE|$

olduğuna göre, $|BC|$ kaç cm dir?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$\widehat{DFB} \cong \widehat{GED}$$

İki açı ve bir kenarları eşit

$$x + x + 3 + x + 2 = 11$$

$$x = 2$$

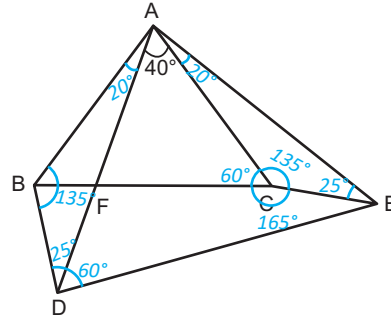
$$|BC| = 5 \text{ cm}$$

Cevap A

2. Kenar - Açı - Kenar Eşliği

- İki üçgenin iki kenar uzunluğunun ve bu kenarlar arasındaki açı ölçülerinin eşit olması iki üçgenin eş olması için yeterli asgari koşullardan biridir.

Örnek 5



ABC ve ADE eşkenar üçgenler, $m(\widehat{DAC}) = 40^\circ$ ve $m(\widehat{BDE}) = 85^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{BCE})$ kaç derecedir?

- A) 140 B) 150 C) 155 D) 160 E) 165

$$|AB| = |AC|$$

$$|AD| = |AE|$$

$$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{CAE}) \text{ olduğundan}$$

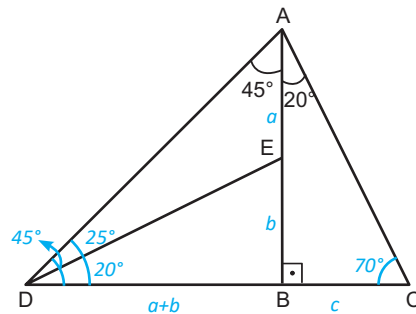
$$\widehat{ABD} \cong \widehat{ACE} \text{ olur.}$$

$$m(\widehat{ACE}) = m(\widehat{ABD}) \text{ olur.}$$

$$m(\widehat{BCE}) = 165^\circ$$

Cevap E

Örnek 6



$[AB] \perp [DC]$, $|DC| + |AE| = 2 \cdot |AB|$, $m(\widehat{DAE}) = 45^\circ$ ve

$m(\widehat{BAC}) = 20^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{ADE})$ kaç derecedir?

- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

$$|DB| = |AB| = a + b$$

$$a + b + c + a = 2a + 2b$$

$$c = b$$

$$\widehat{ABC} \cong \widehat{DBE}$$

(Kenar - Açı - Kenar)

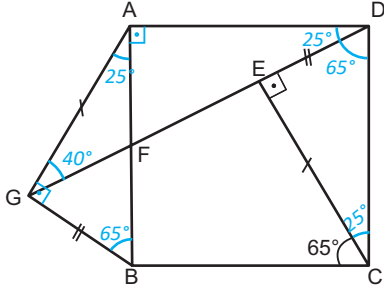
$$m(\widehat{ADE}) = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ \text{ Cevap C}$$

3. Kenar – Kenar – Kenar Eşliği

- İki üçgenin karşılıklı üç kenar uzunluğunun birbirine eşit olması iki üçgenin eş olması için yeterli bir asgari koşuldur.



Örnek 7



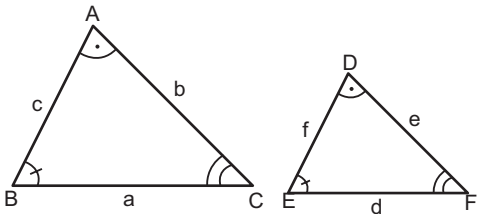
ABCD kare, $|AG| = |EC|$, $|BG| = |DE|$, $[CE] \perp [GD]$ ve $m(\widehat{BCE}) = 65^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{AGD})$ kaç derecedir?

- A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

$\widehat{AGB} \cong \widehat{CED}$	$m(\widehat{ECD}) = m(\widehat{GAB}) = 25^\circ$	
(kenar – Kenar – Kenar)	$m(\widehat{AGD}) = 40^\circ$	Cevap D

Üçgenlerde Benzerlik

İki üçgenin karşılıklı açı ölçüleri eşit ve eşit açılardan karşısındaki kenarların uzunlukları orantılı ise bu üçgenler benzerdir. Benzerlik "~" sembolü ile gösterilir.



$m(\widehat{A}) = m(\widehat{D})$, $m(\widehat{B}) = m(\widehat{E})$, $m(\widehat{C}) = m(\widehat{F})$

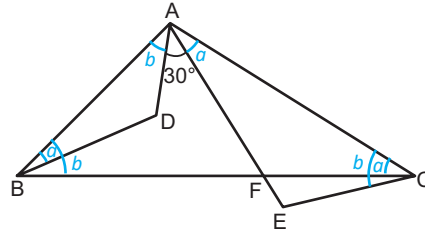
$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = k$ (k benzerlik oranı)

$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$

- Bu gösterimde karşılıklı köşeler aynı sırada yazılır.
- Benzerlik oranı 1 olan üçgenler eş üçgenlerdir.



Örnek 8



$\widehat{ABC} \sim \widehat{DAB} \sim \widehat{ECA}$ ve $m(\widehat{DAE}) = 30^\circ$

olduğuna göre,

- I. $m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{BCE})$
- II. $m(\widehat{BAC}) = 105^\circ$
- III. $|AF| = |FC|$

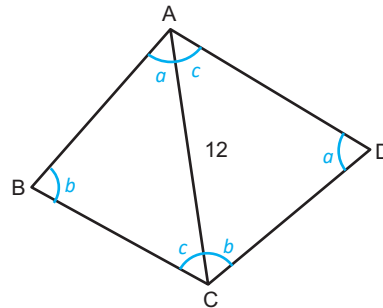
yargılarından hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

I. Doğru	$m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{BCE}) = b - a$	
II. Doğru	$2a + 2b + 30^\circ = 180^\circ$ $a + b = 75^\circ \Rightarrow m(\widehat{BAC}) = 105^\circ$	
III. Doğru	$m(\widehat{FAC}) = m(\widehat{FCA}) = a$	Cevap E



Örnek 9



$\widehat{ABC} \sim \widehat{DCA}$ olmak üzere \widehat{ABC} nin \widehat{DCA} üçgenine benzerlik oranı $\frac{2}{3}$ tür.

$|AC| = 12$ birim olduğuna göre $|BC| + |AD|$ kaç birimdir?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

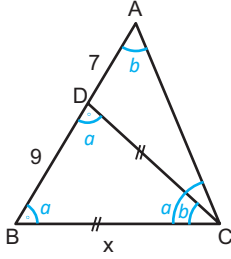
b lerin karşısı	$\frac{12}{ AD } = \frac{2}{3} \Rightarrow AD = 18$ birim	a ların karşısı
		$\frac{ BC }{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow BC = 8$ birim
	$18 + 8 = 26$ birim	Cevap D

Üçgenlerin Benzer Olma Koşulları

1. Açı - Açı Benzerliği

İki üçgenin karşılıklı iki açısı eş ise bu üçgenler benzerdir. Üçgenlerin üçüncü açıları da eş olur ve karşılıklı kenarların uzunlukları orantılıdır.

Örnek 10



$|AB| = |AC|$, $|BD| = 9$ cm ve $|AD| = 7$ cm olduğuna göre, $|BC| = |DC| = x$ kaç cm dir?

- A) 9 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

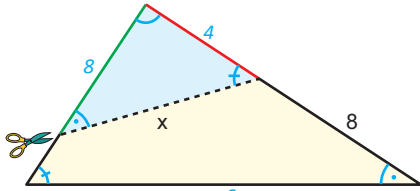
$$\widehat{ABC} \sim \widehat{CBD} \text{ (Açı - Açı)}$$

$$\frac{9}{x} = \frac{x}{16} \Rightarrow x^2 = 144$$

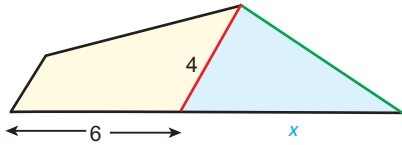
$$x = 12 \text{ cm}$$

Cevap C

Örnek 11



1. Şekil



2. Şekil

1. Şekildeki mavi renkli üçgen kesikli çizgi boyunca kesilip
2. Şekildeki gibi yerleştiriliyor.

Şekildeki uzunluklara göre, x kaç birimdir?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

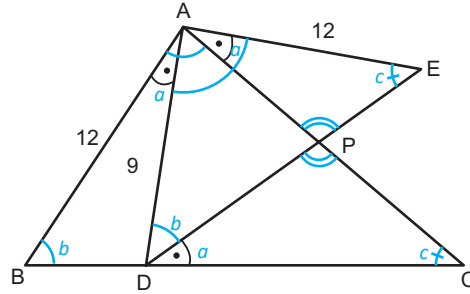
$$\text{Benzerlikten } \frac{x}{x+6} = \frac{8}{12}$$

$$3x = 2x + 12$$

$$x = 12 \text{ birim}$$

Cevap E

Örnek 12



$$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{EDC}) = m(\widehat{CAE}), |AD| = 9 \text{ cm,}$$

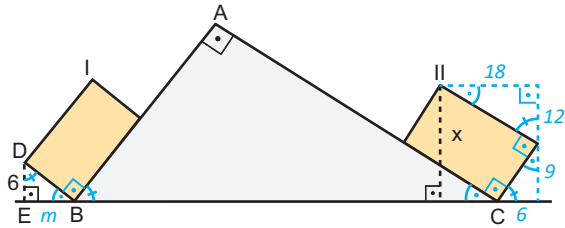
$|AB| = |AE| = 12$ cm olduğuna göre, $|AC|$ kaç cm dir?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 20

$$\widehat{ABC} \sim \widehat{ADE} \text{ (Açı - Açı)} \quad \frac{12}{9} = \frac{|AC|}{12} \Rightarrow |AC| = 16 \text{ cm}$$

Cevap B

Örnek 13



Şekildeki ABC dik üçgeni biçimindeki rampanın üzerindeki bir köşesi B noktasında I konumunda bulunan dikdörtgen sandık çekilerek bir köşesi C noktasında II konumuna getiriliyor.

Sandığın uzun kenarı, kısa kenarının iki katı uzunlukta olup, $|AC| = \frac{3}{2} |AB|$ ve $|DE| = 6$ birim olduğuna göre, x kaç birimdir?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 21 E) 24

Benzerlikten

Eşlikten

$$\frac{6}{m} = \frac{2}{3} \Rightarrow m = 9$$

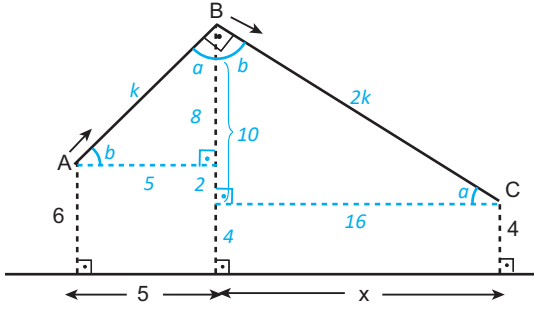
II. konumda 6 ve 9 elde edilir.

$$\text{Benzerlik } \left(\frac{1}{2}\right) \text{ 12 ve 18 elde edilir.}$$

$$x = 12 + 9 = 21 \text{ birim}$$

Cevap D

Örnek 14



A noktasından B noktasına sabit bir hızla 10 dk da giden Emir, 90° dönerek B noktasından C noktasına aynı hızla 20 dk da gidiyor.

Şekilde verilen uzunluklara göre, x kaç birimdir?

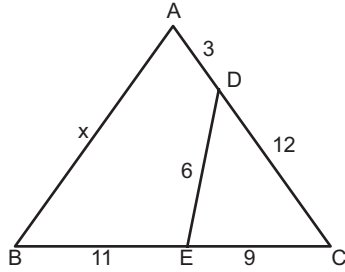
- A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 20

Şekilde oluşturulan dik üçgenlerin benzerlik oranı 2'dir. Buradan cevap 16 bulunur. Cevap C

2. Kenar – Aç – Kenar Benzerliği

İki üçgenin karşılıklı iki kenar uzunluğu orantılı ve bu kenarların oluşturduğu açılar eş ise bu üçgenler benzerdir. Bu durumda üçgenlerin üçüncü kenarları da orantılı olup diğer açıları karşılıklı eş olur.

Örnek 15



ABC üçgen, $|BE| = 11$ cm, $|EC| = 9$ cm, $|AD| = 3$ cm, $|DC| = 12$ cm ve $|DE| = 6$ cm olduğuna göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

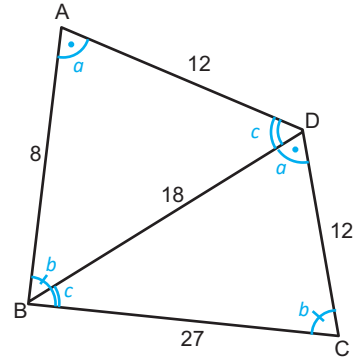
- A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

$\widehat{CAB} \sim \widehat{CED}$
 $\frac{12}{20} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ ve C açıları ortak
 $\frac{6}{x} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 10$ cm Cevap A

3. Kenar – Kenar – Kenar Benzerliği

İki üçgenin karşılıklı üç kenar uzunluğu orantılı ise üçgenler benzerdir. Bu durumda üçgenlerin karşılıklı açı ölçüleri birbirine eşit olur.

Örnek 16



ABCD dörtgen, $|AB| = 8$ birim, $|AD| = |DC| = 12$ birim, $|BD| = 18$ birim, $|BC| = 27$ birim, $m(\widehat{ABC}) = x$ ve $m(\widehat{ADC}) = y$ olduğuna göre, $m(\widehat{CBD})$ 'nin x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

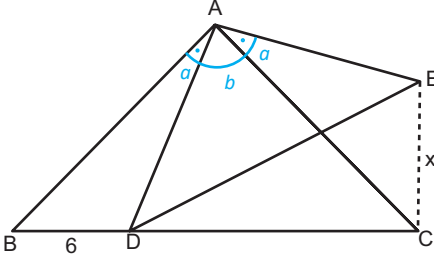
- A) $x + y - 90^\circ$ B) $180^\circ - x + y$ C) $180^\circ - y + x$
 D) $x + y - 180^\circ$ E) $360^\circ - x - y$

$a + c = y$
 $+ b + c = x$
 $\frac{ABD \sim DCB}{(kenar - kenar - kenar)}$
 $\frac{a + b + c + c = x + y \rightarrow c = x + y - 180^\circ}{180^\circ}$ Cevap D

Örnek Cevap Cevap Anahtarı

- 1.E 2.D 3.B 4.A 5.E 6.C 7.D 8.E 9.D 10.C
 11.E 12.B 13.D 14.C 15.A 16.D

1.



ABC ve ADE ikizkenar üçgenler,

$$|AB| = |AC| \text{ ve } |AD| = |AE|$$

$$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DAE}) \text{ ve } |BD| = 6 \text{ cm}$$

olduğuna göre, $|EC| = x$ kaç cm dir?

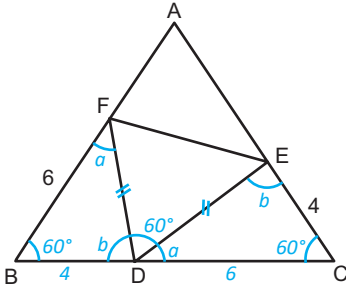
$$m(\widehat{BAC}) = a + b = m(\widehat{DAE}) \Rightarrow m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{CAE}) = a$$

$$|AB| = |CA| \text{ ve } |AD| = |AE|$$

Buradan $\widehat{ABD} \cong \widehat{ACE}$ olur. $x = 6$

(Kenar - Açılı - Kenar)

2.



ABC ve DEF eşkenar üçgenler, $|BF| = 6$ birim, $|EC| = 4$ birim olduğuna göre, ABC üçgeninin çevresini bulunuz.

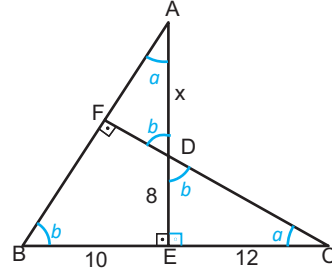
$$\widehat{BFD} \cong \widehat{CDE} \text{ (Açılı - Açılı)}$$

$$|BF| = |DC| = 6 \text{ cm}$$

$$|BD| = |EC| = 4 \text{ cm}$$

$$\text{Çevre} = 10 \cdot 3 = 30$$

3.



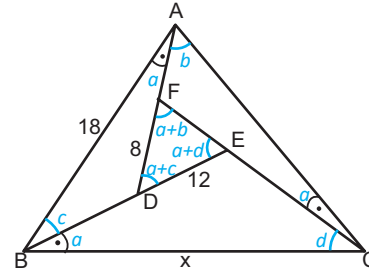
$[AE] \perp [BC]$, $[CF] \perp [AB]$, $|DE| = 8 \text{ cm}$, $|EC| = 12 \text{ cm}$,

$|BE| = 10 \text{ cm}$ olduğuna göre, $|AD| = x$ kaç cm dir?

$$\widehat{ABE} \sim \widehat{CDE} \text{ (Açılı - Açılı)}$$

$$\frac{8}{10} = \frac{12}{x + 8} \Rightarrow x = 7 \text{ cm}$$

4.



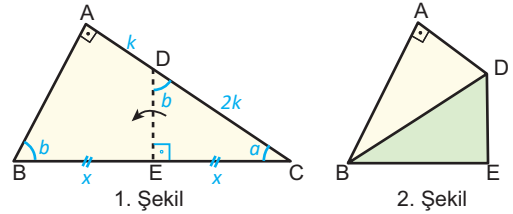
$$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{CBE}) = m(\widehat{ACF}),$$

$|AB| = 18 \text{ cm}$, $|DF| = 8 \text{ cm}$ ve $|DE| = 12 \text{ cm}$ olduğuna göre, $|BC| = x$ kaç cm dir?

$$\widehat{ABC} \sim \widehat{FDE} \text{ (Açılı - Açılı)}$$

$$\frac{8}{18} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 27 \text{ cm}$$

5.



1. Şekildeki \widehat{DEC} [DE] boyunca katlandığında C noktası B noktası üzerine geliyor.

$|DC| = 2 \cdot |AD|$ olduğuna göre, $\frac{|BE|}{|AD|}$ oranını bulunuz.

$$\widehat{ABC} \sim \widehat{EDC} \text{ (Açılı - Açılı)}$$

$$\frac{2k}{2x} = \frac{x}{3k} \Rightarrow x^2 = 3k^2$$

$$x = \sqrt{3}k \Rightarrow \frac{x}{k} = \sqrt{3}$$



Açık Uçlu Sorular Cevap Anahtarı

1. 6

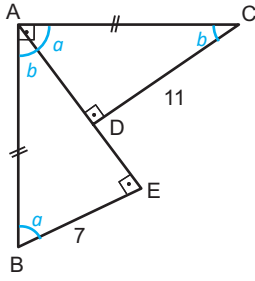
2. 4

3. 7

4. 27

5. $\sqrt{3}$

1.



$|AB| = |AC|$, $m(\widehat{BEA}) = m(\widehat{ADC}) = m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$
 $|BE| = 7$ birim, $|DC| = 11$ birim olduğuna göre, $|DE|$ kaç birimdir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

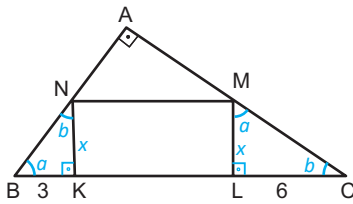
$$\widehat{ABE} \cong \widehat{CAD} \text{ (Açı - Kenar - Açı)}$$

$$|AD| = |BE| = 7, |AE| = |DC| = 11$$

$$|DE| = 11 - 7 = 4 \text{ cm}$$

Cevap B

2.



ABC dik üçgen, KLMN dikdörtgen, $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$,
 $|BK| = 3$ cm, $|LC| = 6$ cm olduğuna göre, $|LM|$ kaç cm'dir?

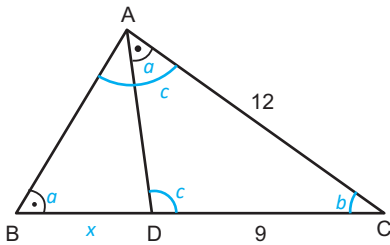
- A) $2\sqrt{3}$ B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{5}$ E) 5

$$\widehat{BKN} \sim \widehat{MLC} \text{ (Açı - Açı)}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$$

Cevap C

3.



ABC üçgen, $m(\widehat{B}) = m(\widehat{DAC})$, $|AC| = 12$ cm, $|DC| = 9$ cm olduğuna göre, $|BD|$ kaç cm dir?

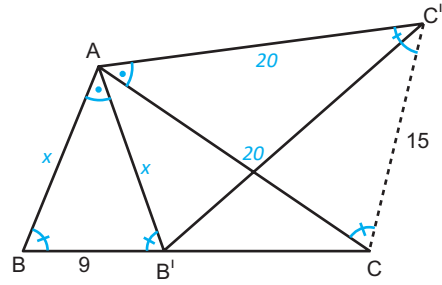
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$\frac{ABC}{9} \sim \frac{DAC}{12} \text{ (Açı - Açı)}$$

$$\frac{9}{12} = \frac{x}{x+9} \Rightarrow x = 7 \text{ cm}$$

Cevap D

4.



ABC üçgeni, A köşesi etrafında saatin dönme yönünün tersine döndürüldüğünde B köşesi [BC] üzerindeki B' noktası üzerinde oluyor.

$|BB'| = 9$ cm, $|AC| = 20$ cm ve $|CC'| = 15$ cm olduğuna göre, $|AB|$ kaç cm dir?

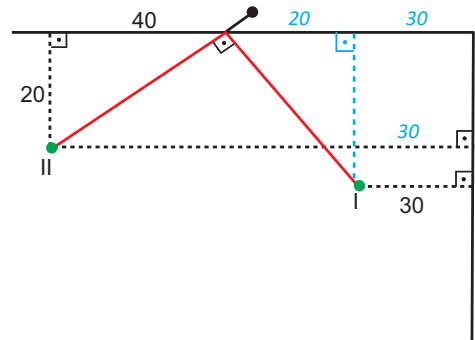
- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

$$\widehat{ABB'} \sim \widehat{ACC'} \text{ (Açı - Açı)}$$

$$\frac{9}{15} = \frac{x}{20} \Rightarrow x = 12 \text{ cm}$$

Cevap D

5.



Şekildeki çiviye asılı olan sarkacın ucunun I. durumda yan duvara uzaklığı 30 cm dir. Sarkaç 90° döndüğünde II. durumda ucunun üst duvara uzaklığı 20 cm dir.

Verilen bilgilere göre, II. durumda sarkacın uç noktasının yan duvara uzaklığı kaç cm dir?

- A) 80 B) 90 C) 100 D) 110 E) 120

Dik indirilir ve eşlik oluşur.

$$40 + 20 + 30 = 90 \text{ cm olur.}$$

Cevap B



Cevap Anahtarı

1. B 2. C 3. D 4. D 5. B