



Tanıtım

Tema: Geometrik Şekiller

Konu: Üçgende Açı ve Kenarlarla İlgili Özellikler

Alt Konu: Üçgende Açılar

Temanın Amacı: Üçgende açı ve kenarlarla ilgili özellikleri kavrama, üçgenin açı ve kenarları arasındaki ilişkileri ispatlayabilme

Anahtar Kavramlar: Üçgen, açı, kenar, iç açı, dış açı, İkizkenar üçgen, Eşkenar üçgen



Köprü Kurma

İkizkenar ve eşkenar üçgenler günlük hayatta birçok yerde karşımıza çıkmaktadır.

Bunlardan bazıları ;

Köprülerde, çatılarda ve kulelerde yapısal denge sağlamak için ikizkenar üçgenler kullanılır.

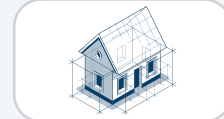
İkizkenar üçgen şeklinde spatula, kesme tahtaları veya kalıplar mutfaklarda kullanılır.

Teleskop ve mikroskop gibi cihazlarda ışığın doğru şekilde kırılması için ikizkenar üçgen prizmalar kullanılır.

Eşkenar üçgenler, denge ve simetriyi simgelediği için birçok logoda kullanılır.

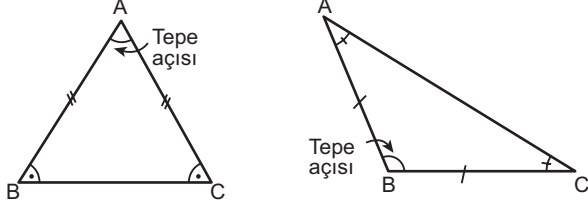
Mimaride modern yapı tasarımlarında estetik ve simetri sağlamak için eşkenar üçgenler kullanılır.

Özellikle dikkat çekici olması gereken uyarı tabelalarında eşkenar üçgen şekli kullanılır.



İkizkenar Üçgen

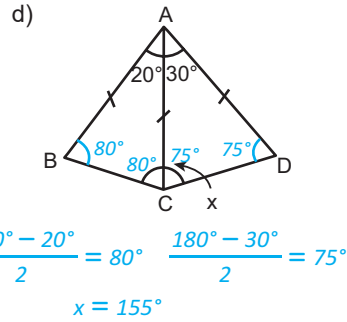
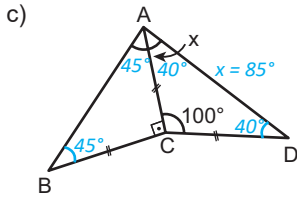
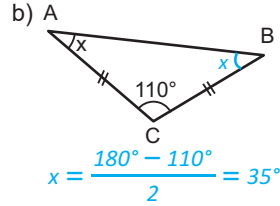
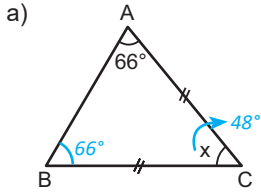
İki kenarı birbirlerine eşit uzunlukta olan üçgene ikizkenar üçgen denir. İkizkenar üçgenlerde eşit kenarların arasındaki açıya tepe açısı denir. Diğer iki açiya taban açıları denir ve taban açılarının ölçüleri birbirine eşittir. Başka bir deyişle eşit kenarların karşısındaki açılarn ölçüleri birbirine eşittir.



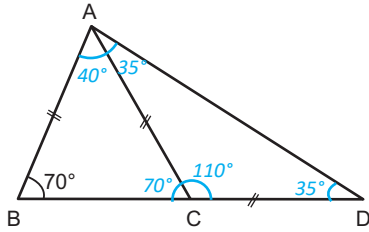
$|AB| = |AC| \Leftrightarrow m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$ $|AB| = |BC| \Leftrightarrow m(\widehat{A}) = m(\widehat{C})$

Örnek 1

Aşağıdaki üçgenlerdeki x değerlerini bulunuz.



Örnek 2

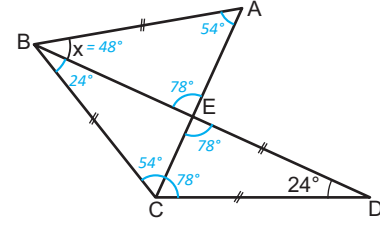


ABD üçgen, $|AB| = |AC| = |CD|$ ve $m(\widehat{B}) = 70^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{BAD})$ kaç derecedir?

- A) 70 B) 75 C) 80 D) 85 E) 90

$m(\widehat{B}) = m(\widehat{ACB}) = 70^\circ$
 $m(\widehat{CAD}) = m(\widehat{CDA}) = 35^\circ$ $m(\widehat{BAD}) = 40^\circ + 35^\circ = 75^\circ$ *Cevap B*

Örnek 3



\widehat{ABC} ve \widehat{BCD} ikizkenar üçgenler, $|AB| = |BC| = |CD| = |ED|$, $m(\widehat{D}) = 24^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{ABD}) = x$ kaç derecedir?

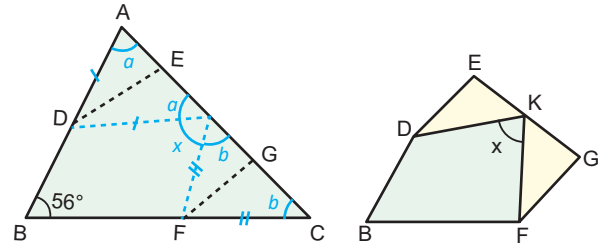
- A) 44 B) 46 C) 48 D) 52 E) 54

$|BC| = |CD| \Rightarrow m(\widehat{CBD}) = 24^\circ$
 $|ED| = |CD| \Rightarrow m(\widehat{ECD}) = m(\widehat{CED}) = 78^\circ$ buradan $m(\widehat{BCA}) = 54^\circ$ bulunur.
 $|AB| = |BC| \Rightarrow m(\widehat{A}) = 54^\circ$ buradan $x = 48^\circ$ bulunur.

Cevap C

Örnek 4

ABC üçgeninde \widehat{ADE} [DE] boyunca, \widehat{FGC} [FG] boyunca katlandığında A ve C köşeleri [AC] üzerindeki K noktasına geliyor.



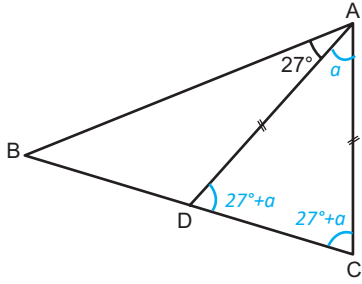
$m(\widehat{ABC}) = 56^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{DKF}) = x$ kaç derecedir?

- A) 48 B) 52 C) 54 D) 56 E) 60

$a + b + 56^\circ = 180^\circ$ $a + b + x = 180^\circ$
 $a + b = 124^\circ$ $124^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 56^\circ$

Cevap D

Örnek 5



ABC üçgen, $|AB| = |BC|$, $|AD| = |AC|$ ve $m(\widehat{BAD}) = 27^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{B})$ kaç derecedir?

- A) 42 B) 44 C) 46 D) 48 E) 52

$$m(\widehat{DAC}) = a \text{ olursa}$$

$$|AB| = |BC| \Rightarrow m(\widehat{C}) = 27^\circ + a$$

$$|AD| = |AC| \Rightarrow m(\widehat{ADC}) = 27^\circ + a$$

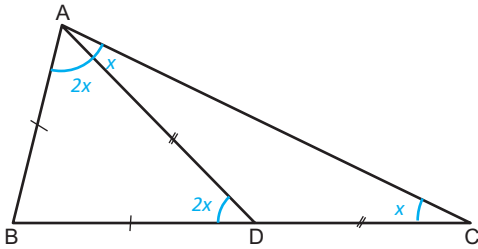
$$27^\circ + a + 27^\circ + a + a = 180^\circ$$

$$3a = 126^\circ$$

$$a = 42^\circ \Rightarrow m(\widehat{B}) = 42^\circ \text{ olur.}$$

Cevap A

Örnek 6



ABC üçgen, $|AB| = |BD|$, $|AD| = |DC|$ ve $m(\widehat{BAC}) = 105^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

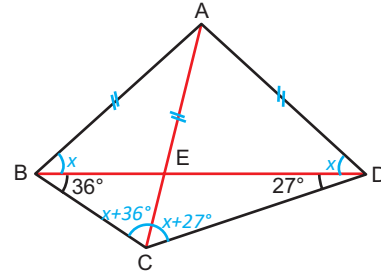
- A) 40 B) 45 C) 48 D) 50 E) 54

$$3x = 105^\circ$$

$$x = 35^\circ \quad m(\widehat{B}) = 40^\circ$$

Cevap A

Örnek 7



ABCD dörtgen, $|AB| = |AC| = |AD|$, $m(\widehat{CBD}) = 36^\circ$ ve $m(\widehat{CDB}) = 27^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{BAD})$ kaç derecedir?

- A) 108 B) 112 C) 118 D) 120 E) 126

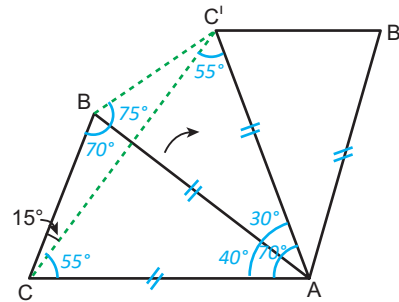
$$x + 36^\circ + x + 27^\circ + 27^\circ + 36^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 54^\circ$$

$$x = 27^\circ \Rightarrow m(\widehat{BAD}) = 126^\circ$$

Cevap E

Örnek 8



ABC ikizkenar üçgeni A köşesi etrafında saat yönünde 70° döndürüldüğünde $AB'C'$ üçgeni elde ediliyor.

$|AB| = |AC|$ ve $m(\widehat{BCC'}) = 15^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{BC'C})$ kaç derecedir?

- A) 15 B) 18 C) 20 D) 25 E) 30

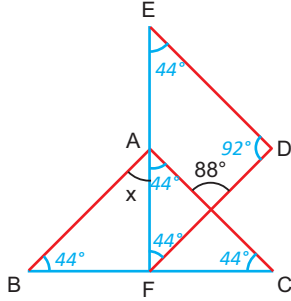
$$ACB' \text{ ve } ABB' \text{ ikizkenar üçgenlerdir.}$$

$$x = 20^\circ$$

Cevap C



Çıkmış Soru 1



Kırmızı kenar uzunlukları birbirine eşit olan eş $\triangle ABC$ ve $\triangle DEF$ ikizkenar üçgenleri bir düzleme şekildedeki gibi yerleştirildiğinde A noktası $[EF]$ kenarı üzerine, F noktası $[BC]$ kenarı üzerine gelmekte ve $[AC]$ ile $[DE]$ kenarları paralel olmaktadır.

Buna göre x açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 44 B) 45 C) 46 D) 47 E) 48

(2024 AYT)

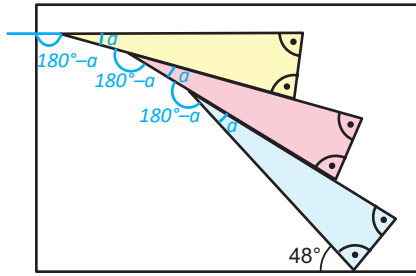
Paralellikten $m(\widehat{EDF}) = m(\widehat{BAC}) = 92^\circ$
 $m(\widehat{E}) = m(\widehat{AFD}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 44^\circ$
 $x = 92^\circ - 44^\circ = 48^\circ$

Cevap E



Çıkmış Soru 2

İşil; mavi, pembe ve sarı renkli üç eş ikizkenar üçgeni dikdörtgen biçimindeki bir kağıt üzerine yapıştırmak istiyor. Önce mavi üçgeni, kağıdın alt kenarıyla 48° açı yapacak biçimde şekildedeki gibi yapıştırıyor. Sonra pembe üçgeni bir kenarının bir kısmını mavi üçgenin bir kenarının bir kısmıyla çakışacak, sarı üçgenin bir kenarının bir kısmını ise pembe üçgenin bir kenarının bir kısmıyla çakışacak biçimde üçgenleri şekildedeki gibi yapıştırıyor.



Son durumda sarı üçgenin eşit uzunluktaki kenarlarından biri kağıdın üst kenarına paralel olduğuna göre, sarı üçgenin eş olan açılarından biri kaç derecedir?

- A) 72 B) 76 C) 78 D) 80 E) 82

(2023 AYT)

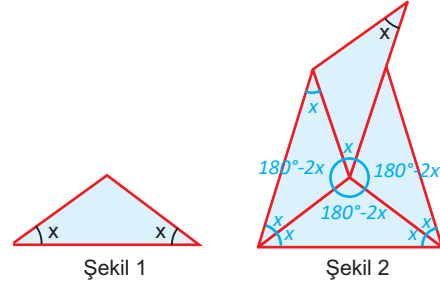
$180^\circ - a + 180^\circ - a + 180^\circ - a + 48^\circ = 540^\circ$
 $588^\circ - 3a = 540^\circ$
 $16^\circ = a$ $\frac{180^\circ - 16^\circ}{2} = 82^\circ$

Cevap E



Çıkmış Soru 3

Amblem tasarlayan Hande, Şekil 1'deki ikizkenar üçgen biçimindeki kartondan dört tanesini bir masa üzerinde aralarında boşluk bırakmadan birleştirerek her birinin tamamen görüldüğü Şekil 2'deki deseni elde ediyor.



Buna göre, x açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 15 B) 20 C) 30 D) 36 E) 48

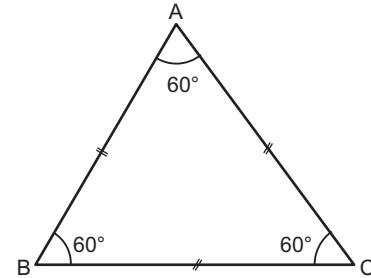
(2018 TYT)

$180^\circ - 2x + 180^\circ - 2x + 180^\circ - 2x + x = 360^\circ$
 $540^\circ - 5x = 360^\circ$
 $180^\circ = 5x$
 $36^\circ = x$

Cevap D

Eşkenar Üçgen

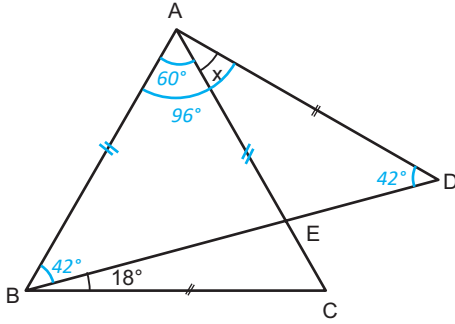
Üç kenar uzunluğu da birbirine eşit olan üçgene eşkenar üçgen denir. Eşkenar üçgenlerin tüm açılarının ölçüleri birbirine eşit ve 60° dir.



$|AB| = |AC| = |BC|$

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 60^\circ$

Örnek 9



ABC eşkenar üçgen, ABD üçgen, $|BC| = |AD|$ ve $m(\widehat{CBD}) = 18^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{CAD}) = x$ kaç derecedir?

- A) 24 B) 28 C) 22 D) 36 E) 40

$$m(\widehat{ABD}) = 60^\circ - 18^\circ = 42^\circ$$

$$|AB| = |AC| = |BC| = |AD| \Rightarrow m(\widehat{D}) = 42^\circ$$

$$x = 96^\circ - 60^\circ = 36^\circ$$

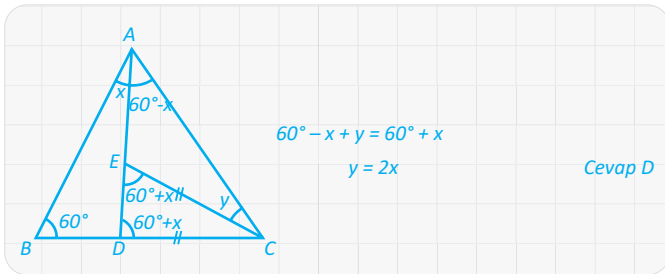
Cevap D

Örnek 10

- Bir ABC eşkenar üçgeni çiziniz.
- [BC] kenarı üzerinde bir D noktası için [AD] çiziniz.
- [AD] kenarı üzerinde $|CD| = |CE|$ olacak şekilde bir E noktası alınız.

Yukarıdaki adımlar takip edilerek yapılan çizimde $m(\widehat{BAD}) = x$ olduğuna göre, $m(\widehat{ACE})$ nin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) $60 - x$ C) $120 - x$
D) $2x$ E) $120 - 2x$



$$60^\circ - x + y = 60^\circ + x$$

$$y = 2x$$

Cevap D

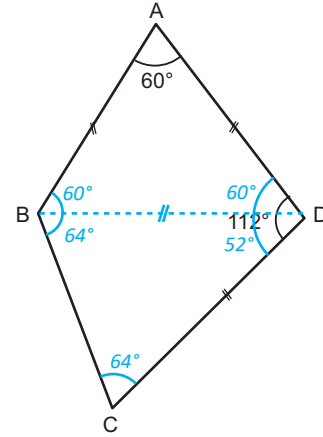
Örnek Cevap Anahtarı

1. a) 48°, b) 35°, c) 85°, d) 155° 2. B 3. C 4. D 5. A 6. A 7. E 8. C
9. D 10. D 11. C 12. D

Çıkmış Soru Cevap Anahtarı

1. E 2. E 3. D

Örnek 11



ABCD dörtgen, $|AB| = |AD| = |CD|$, $m(\widehat{A}) = 60^\circ$ ve $m(\widehat{D}) = 112^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{C})$ kaç derecedir?

- A) 60 B) 62 C) 64 D) 66 E) 68

$$BD \text{ çizilir. } m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ADB}) = 60^\circ$$

ABD eşkenar üçgen olur.

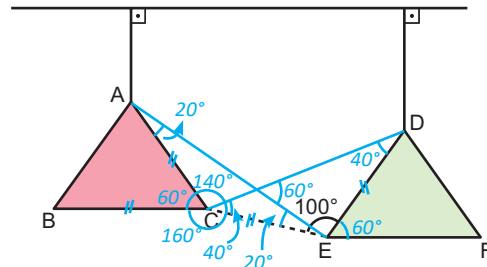
$$m(\widehat{BDC}) = 112^\circ - 60^\circ = 52^\circ$$

$$|BD| = |CD| \Rightarrow m(\widehat{E}) = 64^\circ$$

Cevap C

Örnek 12

Şekilde, süsleme yapmak için duvara kırmızı ve yeşil renkteki kenar uzunlukları eşit olan iki eşkenar üçgen karton asılmıştır.



$[BC] \parallel [EF]$, $|BC| = |CE|$, $m(\widehat{CED}) = 100^\circ$

olduğuna göre, [AE] ve [DC] arasında kalan dar açının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 40 B) 50 C) 55 D) 60 E) 70

\widehat{ACE} ve \widehat{CED} ikizkenar üçgendir.

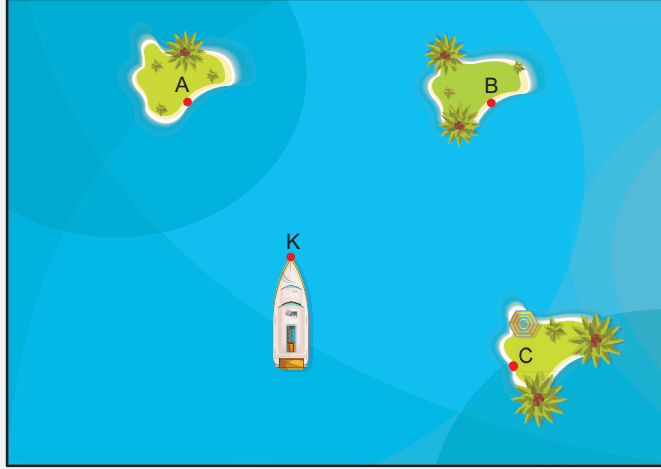
Bulunan açılara göre 60° olur.

Cevap D

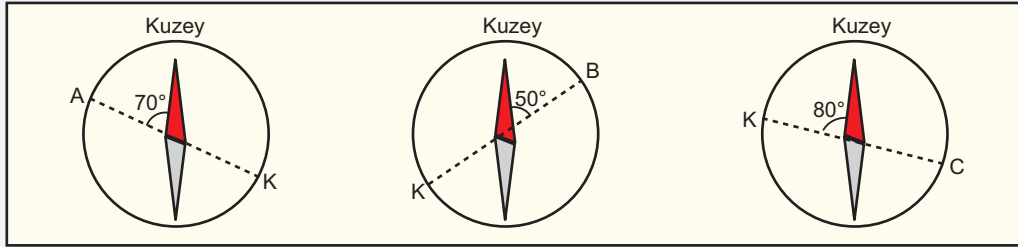
Etkinlik

Etkinlik İsmi : Gemi Yolculuğu

Amacı : İkizkenar üçgenlerde açı özelliklerini kavrayabilme

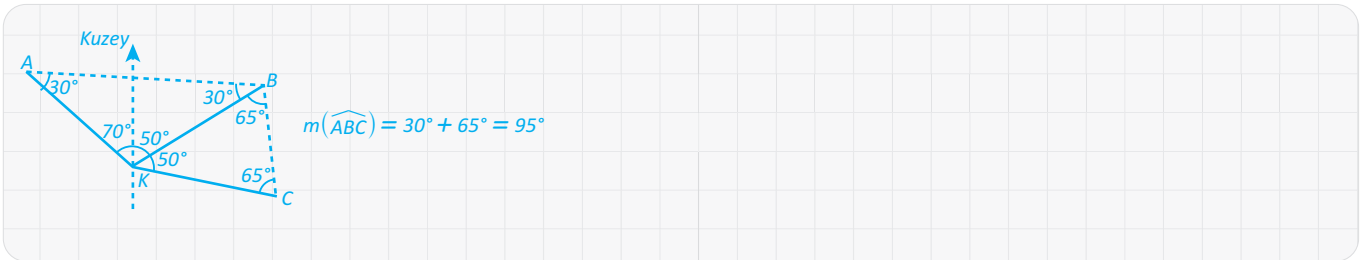


Şekildeki görselde A, B ve C üç adadaki limanları göstermektedir. Bu üç limana eşit uzaklıktaki K noktasında bulunan geminin K noktasından bu limanlara giderken kuzeyi gösteren ibresi ile izlediği yol arasındaki açılar aşağıda verilmiştir.

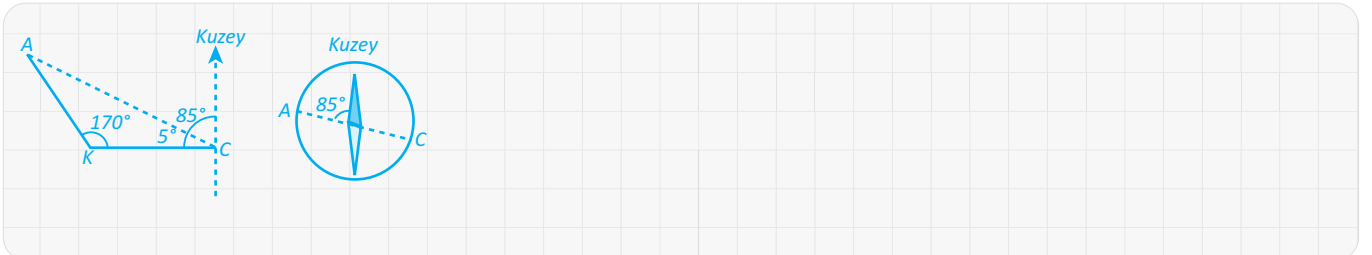


Yukarıda verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

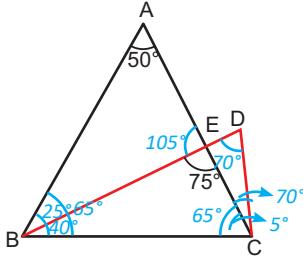
a) $\angle ABC$ açısının ölçüsü kaç derecedir?



b) Gemi C limanından A limanına gitmek için pusulasını nasıl ayarlamalıdır?



1.



ABC ve BCD ikizkenar üçgen, $|AB| = |AC|$,
 $|BD| = |BC|$, $m(\widehat{A}) = 50^\circ$ ve $m(\widehat{BEC}) = 75^\circ$ olduğuna
 göre, $m(\widehat{ACD})$ kaç derecedir?

$$m(\widehat{ABD}) = 25^\circ$$

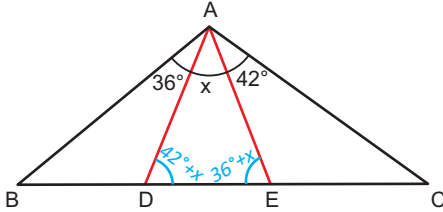
$$|AB| = |AC| \Rightarrow m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{ACB}) = 65^\circ$$

$$m(\widehat{CBD}) = 40^\circ$$

$$|BD| = |BC| \Rightarrow m(\widehat{D}) = m(\widehat{BCD}) = 70^\circ$$

$$m(\widehat{ACD}) = 70^\circ - 65^\circ = 5^\circ$$

2.



ABC üçgen, $|AB| = |BE|$, $|AC| = |CD|$, $m(\widehat{BAD}) = 36^\circ$
 ve $m(\widehat{CAE}) = 42^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{ADE}) = x$ kaç
 derecedir?

$$|AB| = |BE| \Rightarrow m(\widehat{AEB}) = 36^\circ + x$$

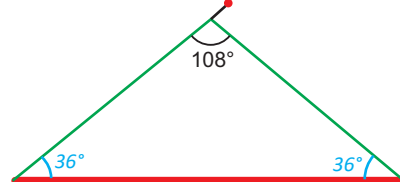
$$|AC| = |CD| \Rightarrow m(\widehat{ADC}) = 42^\circ + x$$

$$x + 36^\circ + x + 42^\circ + x = 180^\circ$$

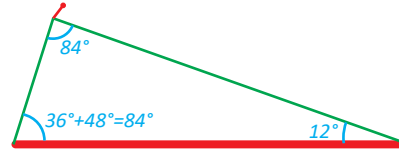
$$3x = 102^\circ$$

$$x = 34^\circ$$

3.



Kırmızı renkli çubuğun uçlarına bağlı olan bir ip, tam or-
 tasından gergin bir şekilde bir çivi ile gerilmiştir. Çivi, ip
 gergin olacak şekilde kaydırılarak aşağıdaki şekil elde edi-
 liyor.



Elde edilen şekilde çubuk ile ipin uzun kısmı aynı uzunluk-
 ta olup ipin sol kısmının çubukla yaptığı açı 48° artmıştır.

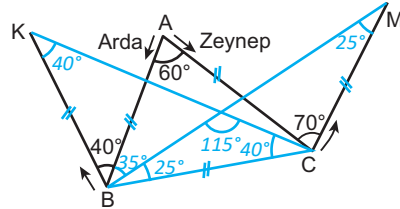
**Başlangıçta yeşil renkli ipler arasındaki açı 108° ol-
 duğuna göre, son durumda ipin sağ ucunun çubukla
 yaptığı açı kaç derecedir?**

İlk durumda ikizkenar üçgen olduğundan taban açıları 36° olur.

2. durumda sol uçtaki açı $36^\circ + 48^\circ = 84^\circ$ olur.

İkizkenar üçgen olduğundan istenen açı 12° bulunur.

4.



Arda ve Zeynep A noktasından aynı anda aralarında 60° lik
 açı olacak biçimde şekildeki gibi eşit hızlarla 10 dk yürü-
 düğünde sırasıyla B ve C noktalarında oluyorlar. Bu nokta-
 lardan hızlarını değiştirmeden yönlerini değiştirerek 10 dk
 daha yürüyerek K ve M noktalarına geliyorlar.

**Şekilde verilen açılara göre, KC ile BM doğruları ara-
 sındaki açının ölçüsü kaç derece olur?**

eşit hızlarla, aynı süre gittikleri için yol uzunlukları eşit olur.

[BC] çizilirse ABC eşkenar olur.

KBC ve BCM ikizkenar üçgen olur şekilde açılar bulunur.

Cevap 115° dir.



Açık Uçlu Sorular Cevap Anahtarı

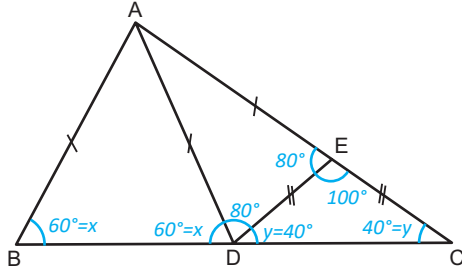
1. 5°

2. 34°

3. 12°

4. 115°

1.



ABC üçgen, $|AB| = |AD| = |AE|$, $|DE| = |EC|$ ve $m(\widehat{BAC}) = 80^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{B})$ kaç derecedir?

- A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70

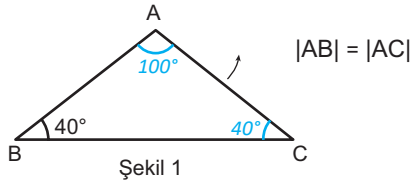
$$x + y + 80^\circ = 180^\circ$$

$$x + y = 100^\circ \Rightarrow m(\widehat{ADE}) = 80^\circ = m(\widehat{AED})$$

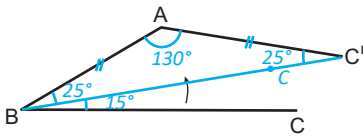
$$m(\widehat{C}) = m(\widehat{EDC}) = 40^\circ \Rightarrow m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{B}) = 60^\circ$$

Cevap C

2. Şekil 1'deki ikizkenar $m(\widehat{ABC}) = 40^\circ$ olan ABC üçgeninde AC kenarı A noktası etrafında ok yönünde 30° döndürüldüğünde Şekil 2 oluşmuştur.



Şekil 1



Şekil 2

Buna göre, Şekil 2'de BC kenarı B köşesi etrafında ok yönünde kaç derece döndürülürse B, C ve C' noktaları doğrusal olur?

- A) 10 B) 12,5 C) 15 D) 20 E) 25

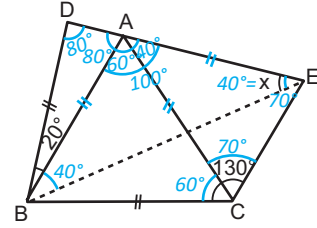
$$m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 40^\circ \Rightarrow m(\widehat{A}) = 100^\circ$$

$$m(\widehat{BAC}) = 130^\circ \Rightarrow m(\widehat{ABC'}) = m(\widehat{AC'B}) = 25^\circ$$

$$\text{Cevap} = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ$$

Cevap C

3.



ABC eşkenar üçgen, $|DB| = |BC|$, $m(\widehat{ABD}) = 20^\circ$ ve $m(\widehat{BCE}) = 130^\circ$ olduğuna göre, $m(\widehat{BED}) = x$ kaç derecedir?

- A) 35 B) 40 C) 45 D) 48 E) 50

$$|AB| = |AD| \Rightarrow m(\widehat{D}) = m(\widehat{BAD}) = 80^\circ$$

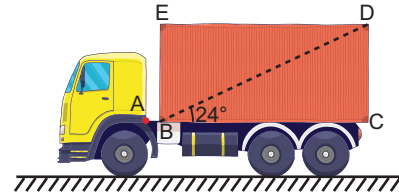
$$m(\widehat{CAE}) = 40^\circ \Rightarrow m(\widehat{CEA}) = 70^\circ$$

Buradan $|AC| = |AE|$ olur. ABE ikizkenardır.

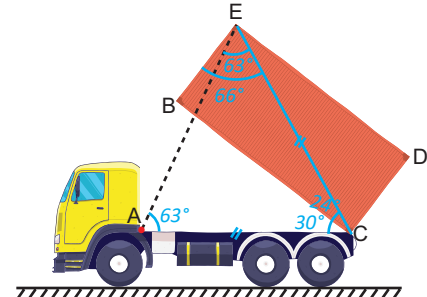
$$x = 40^\circ$$

Cevap B

4.



Şekil 1



Şekil 2

Şekil 1'de verilen kamyonun dorsesinin yandan görünümü BCDE dikdörtgenidir. Kamyonun dorsesi C köşesi etrafında yukarı doğru 30° kaldırıldığında Şekil 2'deki görünüm elde edilmiştir.

Şekil 1'de $|AC| = |BD|$ ve $m(\widehat{CBD}) = 24^\circ$ olduğuna göre, Şekil 2'deki $m(\widehat{AEB})$ kaç derecedir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$|AC| = |BD| \Rightarrow |AC| = |EC|$$

Buradan AEC ikizkenar olur. $m(\widehat{BCE}) = 24^\circ$

$$m(\widehat{CAE}) = m(\widehat{AEC}) = \frac{180^\circ - 54^\circ}{2} = 63^\circ$$

$$x = 66^\circ - 63^\circ = 3^\circ$$

Cevap A



Cevap Anahtarı

1. C

2. C

3. B

4. A