



## Tanıtım

**Tema:** Geometrik Şekiller

**Konu:** Üçgende Açı ve Kenarlarla İlgili Özellikler

**Alt Konu:** Doğruda ve Üçgende Açılar

**Temanın Amacı:** Üçgende açı ve kenarlarla ilgili özellikleri kavrama, üçgenin açı ve kenarları arasındaki ilişkileri ispatlayabilme

**Anahtar Kavramlar:** Üçgen, açı, doğru, doğru parçası, kenar, iç açı, dış açı

## Köprü Kurma

Üçgen şekli, kenarlarından birinin uzunluğu değiştirilmeden veya eklemelerinden biri kırılmadan deforme olmayan dayanıklı bir şekildir. Yapılara dayanıklılık, direnç ve stabilite katmak için üçgen şekli kullanılır.

01

### Mimari ve İnşaat

Üçgenler, köprülerde yük dağılımını dengelemek ve yapının stabilitesini sağlamak için kullanılır. Çatı yapımında üçgenler kullanılır çünkü üçgen, ağırlığı eşit şekilde dağıtarak çatının güçlü ve dayanıklı olmasını sağlar.



02

### Mühendislik

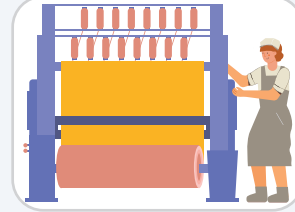
Vinçlerin yapısında üçgenler kullanılır, ağır yükleri kaldırırken stabilite ve dayanıklılık sağlar. Bisikletlerin çerçeveleri üçgen biçimindedir, böylece hafif ve dayanıklı olması sağlanır.



03

### Tekstil

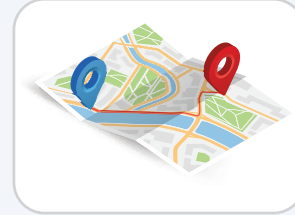
Kumaş desenlerinde ve kıyafet tasarımında üçgenler sıkça kullanılır, çünkü üçgen desenler dinamik ve modern bir görünüm sağlar.



04

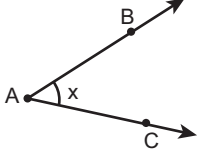
### Haritacılık

Üçgenler, coğrafi bilgi sistemlerinde ve harita diliminde önemli bir rol oynar. Üçgenleme metodu konum belirlemede kullanılır.



## Açık - Doğrudaki Açık

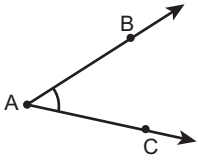
- o Başlangıç noktaları aynı nokta olan iki ışının oluşturduğu şekle açı denir.



- Yanda verilen açı ( $\widehat{BAC}$ ) biçiminde gösterilir.
- Açının büyüklüğü  $m(\widehat{BAC}) = x$  şeklindedir.

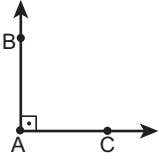
## Açık çeşitleri :

- 1) **Dar Açık:** Ölçüsü  $0^\circ$  ile  $90^\circ$  arasında olan açıdır.



$$0^\circ < m(\widehat{BAC}) < 90^\circ$$

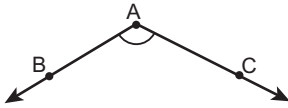
- 2) **Dik Açık:** Ölçüsü  $90^\circ$  olan açıdır.



$$m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$$

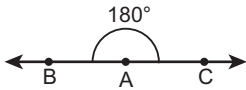
$$[AB \perp [AC$$

- 3) **Geniş açık :** Ölçüsü  $90^\circ$  ile  $180^\circ$  arasında olan açıdır.



$$90^\circ < m(\widehat{BAC}) < 180^\circ$$

- 4) **Doğru açık :** Ölçüsü  $180^\circ$  olan açıdır.

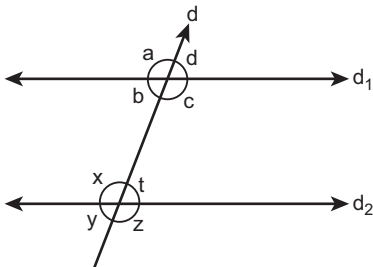


$$m(\widehat{BAC}) = 180^\circ$$

- 5) **Tam açık :** Ölçüsü  $360^\circ$  olan açıdır.



- o Paralel doğrularla ilgili özellikler



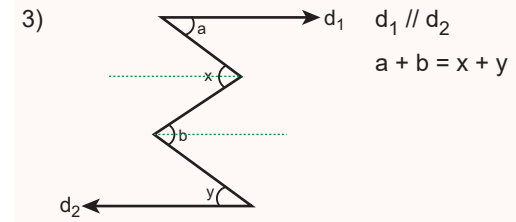
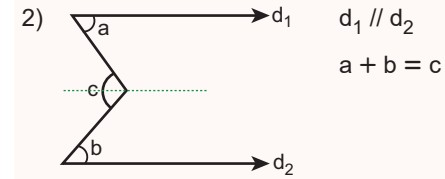
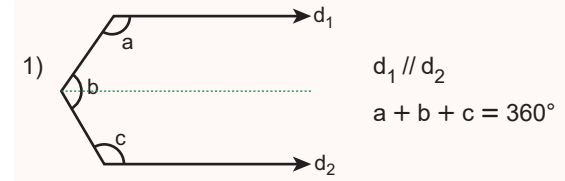
Yandaki şekilde  $d_1$  ve  $d_2$  doğruları birbirine paraleldir. ( $d_1 // d_2$ )

$d$  doğrusunun  $d_1$  ve  $d_2$  doğruları ile oluşturduğu açılara göre,

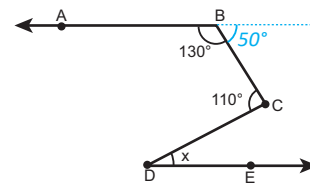
- 1) Yöndeş açı eşitliğinden  $a = x$ ,  $d = t$ ,  $c = z$ ,  $b = y$  olur.
- 2) İç ters açı eşitliğinden  $b = t$  ve  $c = x$  olur.
- 3) Dış ters açı eşitliğinden  $d = y$  ve  $a = z$  olur.
- 4) Karşı durumlu açı özelliğinden  $c + t = 180^\circ$  ve  $b + x = 180^\circ$  olur.
- 5) Ters açı eşitliğinden  $b = d$ ,  $a = c$ ,  $y = t$ ,  $x = z$  olur.



Not



Örnek 1



$[BA // [DE$   
 $m(\widehat{ABC}) = 130^\circ$   
 $m(\widehat{BCD}) = 110^\circ$

Buna,  $m(\widehat{CDE}) = x$  kaç derecedir?

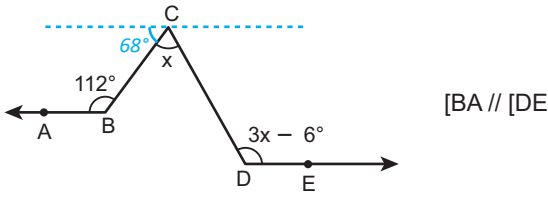
- A) 40      B) 50      C) 60      D) 70      E) 80

$$50^\circ + x = 110^\circ$$

$$x = 60^\circ$$

Cevap C

## Örnek 2



$$m(\widehat{ABC}) = 112^\circ, m(\widehat{BCD}) = x \text{ ve } m(\widehat{CDE}) = 3x - 6^\circ$$

olduğuna göre,  $x$  kaç derecedir?

- A) 34      B) 37      C) 42      D) 46      E) 51

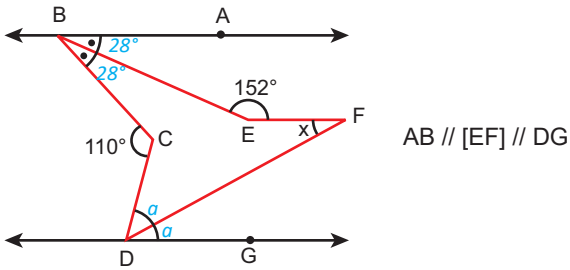
$$68^\circ + x = 3x - 6^\circ$$

$$74^\circ = 2x$$

$$37^\circ = x$$

Cevap B

## Örnek 3



$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC})$ ,  $m(\widehat{CDF}) = m(\widehat{FDG})$ ,  $m(\widehat{BCD}) = 110^\circ$   
ve  $m(\widehat{BEF}) = 152^\circ$  olduğuna göre,  $m(\widehat{EFD}) = x$  kaç derecedir?

- A) 27      B) 29      C) 32      D) 33      E) 34

$$m(\widehat{ABE}) = 180^\circ - 152^\circ = 28^\circ$$

$$56^\circ + 2a = 110^\circ$$

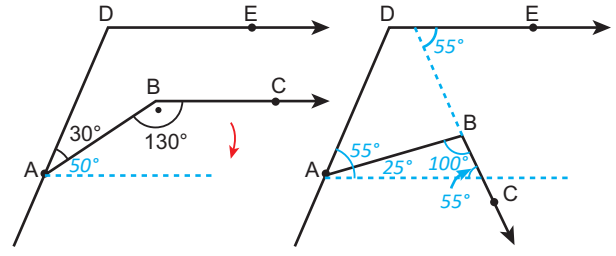
$$2a = 54^\circ$$

$$a = 27^\circ$$

$$m(\widehat{EFD}) = x = a = 27^\circ$$

Cevap A

## Örnek 4



Şekil 1

Şekil 2

Şekil 1 de verilen  $[AB]$  doğru parçası  $A$  noktası etrafında ok yönünde  $25^\circ$ ,  $[BC]$  doğru parçası  $B$  noktası etrafında ok yönünde  $30^\circ$  döndürüldüğünde Şekil 2 elde ediliyor.

Şekil 1 de  $[DE] \parallel [BC]$ ,  $m(\widehat{DAB}) = 30^\circ$ ,  $m(\widehat{ABC}) = 130^\circ$

olduğuna göre, Şekil 2 de  $BC$  doğrusu ile  $DE$  doğrusu arasındaki dar açı kaç derecedir?

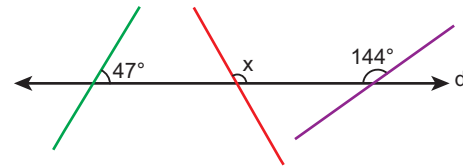
- A) 40      B) 45      C) 50      D) 55      E) 60

2 şekilde de  $A$  noktasından  $DE$ 'ye paralel çizelim.

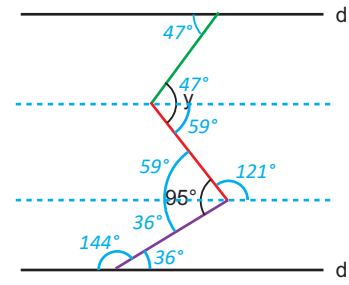
Buradan elde edilen açılar sonucunda cevap  $55^\circ$  elde edilir.

Cevap D

## Örnek 5



Yukarıdaki şekilde bir sayfa üzerine yerleştirilen yeşil, kırmızı ve mor çubukların  $d$  doğrusu ile yaptığı açılar verilmiştir. Bu çubuklar doğrultusu değiştirilmeden aşağıdaki şekildeki gibi aynı sayfa üzerine yerleştiriliyor.



$d \parallel d_1$  ve kırmızı ile mor çubuklar arasındaki açının ölçüsü  $95^\circ$  olduğuna göre,  $x + y$  kaç derecedir?

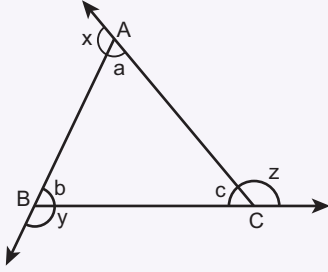
- A) 212      B) 221      C) 223      D) 225      E) 227

$$x = 121^\circ \text{ ve } y = 47^\circ + 59^\circ = 106^\circ \Rightarrow x + y = 227^\circ$$

Cevap E



## Gözlem



$a$ ,  $b$  ve  $c$  üçgenin iç açıları,  $x$ ,  $y$  ve  $z$  üçgenin dış açılarıdır. Komşu olan iç ve dış açıların toplamı  $180^\circ$  dir. (Doğru açı)

$$\begin{cases} x = 180^\circ - a \\ y = 180^\circ - b \\ z = 180^\circ - c \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} x + y + z = 180^\circ - a + 180^\circ - b + 180^\circ - c \\ = 540^\circ - (a + b + c) \\ = 360^\circ \text{ (dış açıların ölçüleri toplamı } 360^\circ \text{ dir)} \end{array} \right\}$$

$$a + b + c = 180^\circ$$

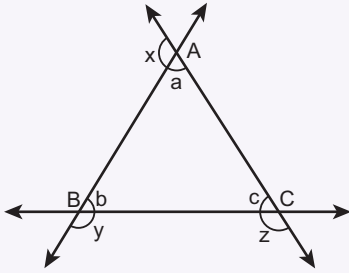
$$a + b = 180^\circ - c$$

$$a + b = z$$

## Özellik

Bir üçgenin dış açıları toplamı  $360^\circ$  dir.

Bir üçgende bir dış açının ölçüsü, kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.



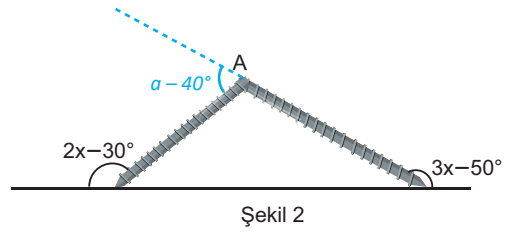
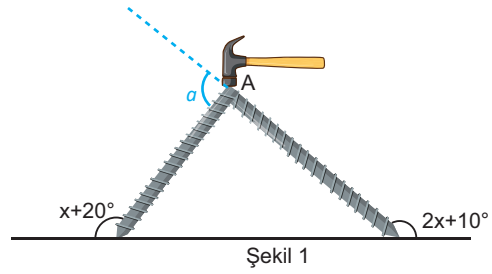
$$x + y + z = 360^\circ$$

$$a + b = z$$

$$a + c = y$$

$$b + c = x$$

## Örnek 9



Şekil 1 de eğilmiş çivinin uç noktaları zeminle  $x + 20^\circ$  ve  $2x + 10^\circ$  açı yapmaktadır. Çivi çekiçle eğik olan A noktasına vurularak düzeltilmektedir.

A noktasındaki açı Şekil 2 de  $40^\circ$  arttığına ve çivinin uç noktaları zeminle  $2x - 30^\circ$  ve  $3x - 50^\circ$  açı yaptığına göre,  $x$  kaç derecedir?

- A) 60      B) 65      C) 70      D) 75      E) 80

$$\text{Dış açıları toplamı} = x + 20^\circ + 2x + 10^\circ + a = 360^\circ$$

$$\text{Dış açıları toplamı} = 2x - 30^\circ + 3x - 50^\circ + a - 40^\circ = 360^\circ$$

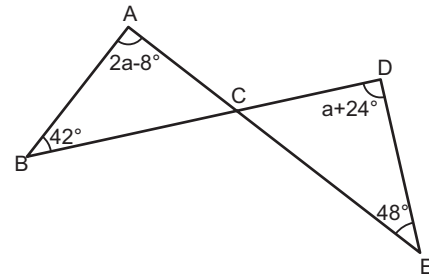
$$3x + 30^\circ = 5x - 120^\circ$$

$$150^\circ = 2x$$

$$75^\circ = x$$

Cevap D

## Örnek 10



$m(\widehat{BAE}) = 2a - 8^\circ$ ,  $m(\widehat{BDE}) = a + 24^\circ$ ,  $m(\widehat{B}) = 42^\circ$  ve  $m(\widehat{E}) = 48^\circ$  olduğuna göre,  $m(\widehat{BCE})$  kaç derecedir?

- A) 96      B) 100      C) 104      D) 108      E) 110

$$m(\widehat{BCE}) = 2a - 8^\circ + 42^\circ = 2a + 34^\circ \text{ (iki iç açı toplamı)}$$

$$m(\widehat{BCE}) = a + 24^\circ + 48^\circ = a + 72^\circ \text{ (iki iç açı toplamı)}$$

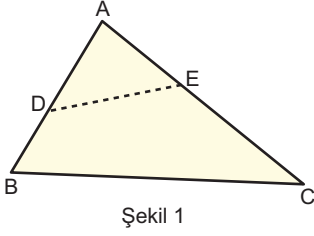
$$2a + 34^\circ = a + 72^\circ$$

$$a = 38^\circ \Rightarrow m(\widehat{BCE}) = a + 72^\circ$$

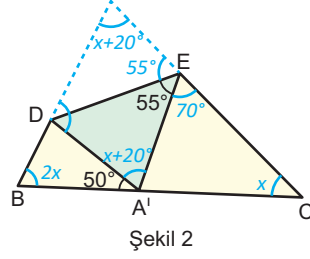
$$= 110^\circ$$

Cevap E

## Örnek 11



Şekil 1



Şekil 2

Şekil 1'deki ABC üçgeninde ADE üçgeni [DE] boyunca katlandığında A noktası Şekil 2'deki gibi [BC] üzerindeki A' noktasında oluyor.

$$m(\widehat{B}) = 2 \cdot m(\widehat{C}), \quad m(\widehat{BA'D}) = 50^\circ \quad \text{ve} \quad m(\widehat{DEA'}) = 55^\circ$$

olduğuna göre,  $m(\widehat{BAC})$  kaç derecedir?

- A) 55      B) 60      C) 65      D) 70      E) 75

Katlama sonucunda 2. şekildedeki açılar bulunur.

$$m(\widehat{BA'E}) = x + 70^\circ \quad (\text{iç açı toplamı})$$

$$\Rightarrow m(\widehat{DA'E}) = x + 20^\circ = m(\widehat{A})$$

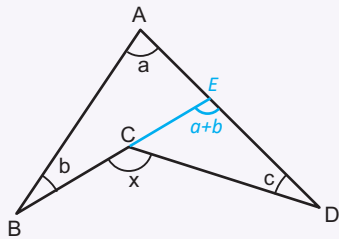
$$2x + x + x + 20^\circ = 180^\circ \quad (\widehat{ABC} \text{ 'nin iç açıları toplamı})$$

$$4x = 160^\circ$$

$$x = 40^\circ \Rightarrow m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$$

Cevap B

## Gözlem

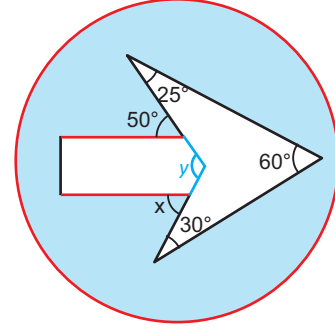


ABCD dörtgeninde [BC] uzatılıp ABE üçgeni elde edilirse

$$m(\widehat{BED}) = a + b \quad (\text{iki iç açı toplamı})$$

$$m(\widehat{BCD}) = x = a + b + c \quad (\text{iki iç açı toplamı}) \text{ olur.}$$

## Örnek 12



Şekilde verilen sağa dönüş levhasında kırmızı renkli doğru parçaları birbirine paraleldir.

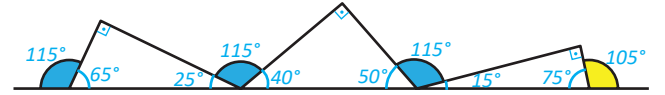
Verilen açılara göre, x kaç derecedir?

- A) 45      B) 50      C) 55      D) 60      E) 65

$$y = 25^\circ + 60^\circ + 30^\circ = 115^\circ \quad x + 50^\circ = 115^\circ \Rightarrow x = 65^\circ \quad \text{Cevap E}$$

## Çıkmış Soru 1

Üç dik üçgen, hipotenüsleri aynı doğru üzerinde olacak ve birer köşeleri çakışacak biçimde aşağıdaki gibi yerleştiriliyor.



Mavi renkteki açılardan her birinin ölçüsü  $115^\circ$  olduğuna göre, sarı renkteki açının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 100      B) 105      C) 110      D) 115      E) 120

(TYT 2023)

Şekilde bulunan açılara göre sorulan açı  $105^\circ$  dir.

Cevap B

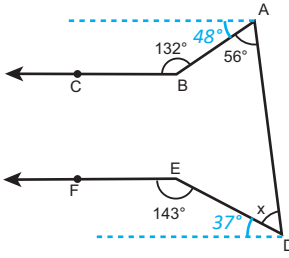
## Örnek Cevap Anahtarı

1. C    2. B    3. A    4. D    5. E    6. C    7. D    8. B    9. D    10. E  
11. B    12. E

## Çıkmış Soru Cevap Anahtarı

1. B

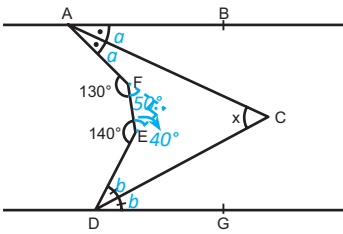
1.



[ $BC \parallel EF$ ,  $m(\widehat{ABC}) = 132^\circ$ ,  $m(\widehat{A}) = 56^\circ$ ,  $m(\widehat{FED}) = 143^\circ$  olduğuna göre  $m(\widehat{D}) = x$  kaç derecedir?

$$\begin{aligned} 48^\circ + 56^\circ + 37^\circ + x &= 180^\circ \\ 141 + x &= 180 \\ x &= 39^\circ \end{aligned}$$

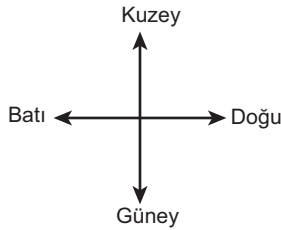
2.



$AB \parallel DG$ ,  $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{CAF})$ ,  
 $m(\widehat{CDG}) = m(\widehat{EDC})$ ,  $m(\widehat{AFE}) = 130^\circ$   
ve  $m(\widehat{FED}) = 140^\circ$  olduğuna göre,  $m(\widehat{ACD}) = x$  kaç derecedir?

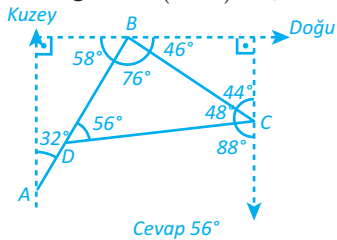
$$\begin{aligned} 2a + 2b &= 90^\circ & a + b &= x \\ a + b &= 45^\circ & x &= 45^\circ \end{aligned}$$

3.

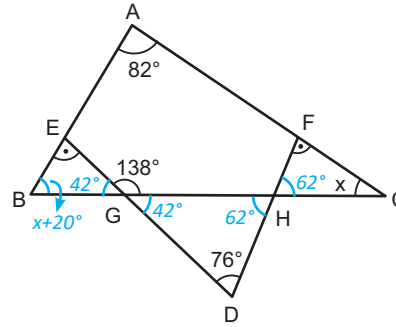


Furkan A noktasından kuzeyle saat yönünde  $32^\circ$  açı yapacak şekilde doğrusal olarak B noktasına, B noktasından doğuyla saat yönünde  $46^\circ$  açı yapacak şekilde doğrusal olarak C noktasına, C noktasından güneyle saat yönünde  $88^\circ$  açı yapacak şekilde doğrusal olarak [AB] üzerindeki D noktasına gidiyor.

Buna göre,  $m(\widehat{CDB})$  kaç derecedir?



4.

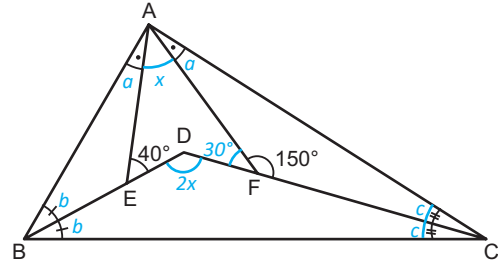


ABC üçgen,  
 $m(\widehat{A}) = 82^\circ$   
 $m(\widehat{EDF}) = 76^\circ$   
 $m(\widehat{EGC}) = 138^\circ$   
 $m(\widehat{BED}) = m(\widehat{DFC})$

olduğuna göre,  $m(\widehat{C}) = x$  kaç derecedir?

$$\begin{aligned} x + 20^\circ + x + 82^\circ &= 180^\circ & 2x &= 78^\circ & x &= 39^\circ \end{aligned}$$

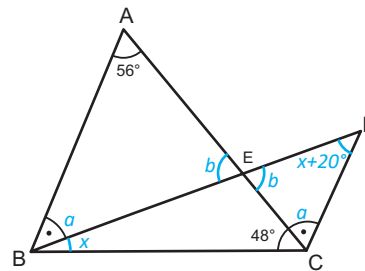
5.



ABC ve BDC üçgen,  $m(\widehat{AED}) = 40^\circ$ ,  $m(\widehat{AFC}) = 150^\circ$   
 $m(\widehat{BDC}) = 2 \cdot m(\widehat{EAF})$ , [BD] ve [CD] açıortay  
olduğuna göre,  $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{FAC})$  kaç derecedir?

$$\begin{aligned} x + 40^\circ + 30^\circ &= 2x & 70^\circ &= x \\ 2a + 2b + 2c + x &= 180^\circ, & b + c &= 40^\circ \\ 2a + 80^\circ + 40^\circ &= 180^\circ & a &= 30^\circ \end{aligned}$$

6.



ABC ve BDC üçgen,  $m(\widehat{A}) = 56^\circ$ ,  $m(\widehat{ACB}) = 48^\circ$ ,  
 $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{ACD})$  ve  $m(\widehat{BDC}) = m(\widehat{DBC}) + 20^\circ$

olduğuna göre  $m(\widehat{AEB})$  kaç derecedir?

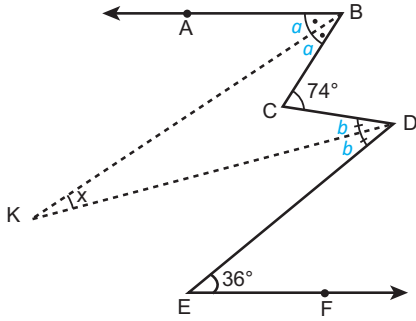
$$\begin{aligned} a + b + 56^\circ &= 180^\circ & a + b + x + 20^\circ &= 180^\circ \\ a + b &= 124^\circ & x &= 36^\circ \\ m(\widehat{AEB}) &= b = 36 + 48^\circ = 84^\circ \end{aligned}$$



Açık Uçlu Sorular Cevap Anahtarı

1.  $39^\circ$     2.  $45^\circ$     3.  $56^\circ$     4.  $39^\circ$     5.  $30^\circ$     6.  $84^\circ$

1.



$AB \parallel EF$ ,  $m(\widehat{BCD}) = 74^\circ$ ,  $m(\widehat{DEF}) = 36^\circ$

olduğuna göre,  $(\widehat{ABC})$  ve  $(\widehat{CDE})$ 'nin açıortayları arasındaki açının ölçüsü  $x$  kaç derecedir?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

$$2a + 2b = 74^\circ + 36^\circ$$

$$a + b = 55^\circ$$

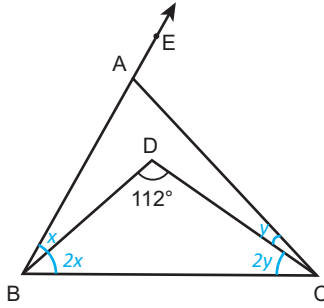
$$a + b + x = 74^\circ$$

$$55^\circ + x = 74^\circ$$

$$x = 19^\circ$$

Cevap D

2.



ABC üçgen,

$$m(\widehat{DBC}) = 2 \cdot m(\widehat{EBD})$$

$$m(\widehat{DCB}) = 2 \cdot m(\widehat{ACD})$$

$$m(\widehat{BDC}) = 112^\circ$$

olduğuna göre,  $m(\widehat{EAC})$  kaç derecedir?

A) 96 B) 98 C) 102 D) 104 E) 108

$$2x + 2y + 112^\circ = 180^\circ$$

$$x + y = 34^\circ$$

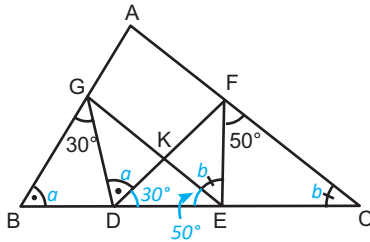
$$m(\widehat{EAC}) = 3x + 3y$$

$$= 3 \cdot 34^\circ$$

$$= 102^\circ$$

Cevap C

3.



ABC üçgen

$$m(\widehat{B}) = m(\widehat{GDF})$$

$$m(\widehat{C}) = m(\widehat{GEF})$$

$$m(\widehat{BGD}) = 30^\circ$$

$$m(\widehat{EFC}) = 50^\circ$$

olduğuna göre,  $m(\widehat{GKF})$  kaç derecedir?

A) 100 B) 105 C) 110 D) 115 E) 120

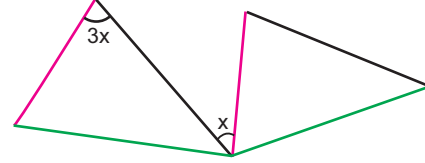
BGD üçgeninde iki iç açı toplamından

$$m(\widehat{GDE}) = a + 30^\circ \Rightarrow m(\widehat{KDE}) = 30^\circ$$

FEC üçgeninde iki iç açı toplamından

$$m(\widehat{FED}) = b + 50^\circ \Rightarrow m(\widehat{KED}) = 50^\circ \quad \text{Cevap} = 100^\circ \quad \text{Cevap A}$$

4. Şekildeki iki üçgende aynı renkli kenarlar aynı uzunlukta-  
dır.



Yeşil renkli kenarlar arasındaki açı  $132^\circ$  dir. Şekilde verilen açı ölçülerine göre,  $x$  kaç derecedir?

A) 22 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

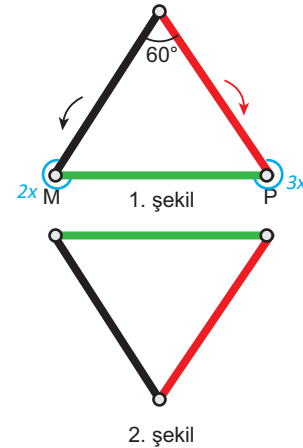
$$a + b = 180^\circ - 3x$$

$$a + b + x = 132^\circ \Rightarrow 180^\circ - 2x = 132^\circ$$

$$x = 24^\circ$$

Cevap B

5. 1. şekilde köşelerinden dönebilen menteşe ile birleştirilmiş üç çubuk ile oluşturulmuş üçgen şekli verilmiştir. Siyah çubuk M köşesinden, kırmızı çubuk P köşesinden oklar yönünde sırasıyla  $2x$  ve  $3x$  derece döndürüldüğünde 2. şekil elde ediliyor.



Buna göre,  $x$  kaç derecedir?

A) 48 B) 52 C) 54 D) 56 E) 62

$$2x + 3x = 240^\circ$$

$$5x = 240^\circ \Rightarrow x = 48^\circ$$

Cevap A



Cevap Anahtarı

1. D

2. C

3. A

4. B

5. A