



## Tanıtım

**Tema:** Nicelikler ve Değişimler

**Konu:** Doğrusal Fonksiyonlar

**Alt Konu:** Gerçel Sayılarda Tanımlı Doğrusal Fonksiyonların Nitel Özellikleri

**Temanın Amacı:** Gerçel sayılarda  $f(x) = x$  şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonunun nitel özellikleri ile bu fonksiyonlardan türetilen  $g(x) = a \cdot (f(x) + r) + k$  doğrusal fonksiyonlarının nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme

**Anahtar Kavramlar:** Fonksiyon, Doğrusal Fonksiyon, Birebir Fonksiyon, Artan ve Azalan Fonksiyon

## Köprü Kurma

**Market Alışverişi:** Bir marketteki ürünlerin fiyatları doğrusal bir ilişki ile ifade edilebilir. Örneğin, 1 kg elma 5 TL ise, 2 kg elma 10 TL, 3 kg elma 15 TL olur. Bu ilişki  $y = 5x$  şeklinde bir doğrusal fonksiyon ile ifade edilebilir; burada  $x$  kilogram cinsinden elma miktarını ve  $y$  toplam fiyatı gösterir.



**Yakıt Tüketimi:** Bir aracın yakıt tüketimi genellikle kat edilen mesafeye doğrusal orantılıdır. Örneğin, aracınız 100 km'de 8 litre yakıt tüketiyorsa, 200 km'de 16 litre, 300 km'de 24 litre yakıt tüketir. Bu ilişki  $y = 0.08x$  şeklinde bir doğrusal fonksiyon ile gösterilebilir; burada  $x$  kat edilen mesafeyi (km cinsinden) ve  $y$  tüketilen yakıt miktarını (litre cinsinden) gösterir.



**Saat Ücretleri:** Bir kişinin saatlik ücretle çalıştığı bir işte, kazandığı toplam para çalıştığı saat sayısına doğrusal olarak bağlıdır. Örneğin; saatlik ücreti 20 TL olan bir kişi 5 saat çalıştığında 100 TL kazanır, 10 saat çalıştığında 200 TL kazanır. Bu ilişki,  $y = 20x$  şeklinde bir doğrusal fonksiyon ile ifade edilebilir; burada  $x$  çalışılan saat sayısını ve  $y$  toplam kazancı gösterir.



**Fatura Hesaplamaları:** Elektrik veya su faturaları genellikle kullanılan miktara doğrusal olarak bağlıdır. Örneğin; birim başına 0.50 TL olan elektrik kullanımı için, 100 birim kullanıldığında 50 TL, 200 birim kullanıldığında 100 TL fatura gelir. Bu ilişki  $y = 0.50x$  şeklinde bir doğrusal fonksiyon ile gösterilebilir; burada  $x$  kullanılan miktarı ve  $y$  fatura tutarını gösterir. Doğrusal fonksiyonlar bu ve benzeri birçok durumdaki ilişkileri basit ve anlaşılır bir şekilde ifade etmemizi sağlar.



## Ön Hazırlık Soruları

1) Aşağıdaki tabloların hangisinde verilen değişkenler arasında doğrusal bir ilişki vardır?

Tablo: Bir aracın zamana göre aldığı yol miktarı Doğrusal

Süre(saat)	1	2	3	4	5		
Alınan Yol (km)	80	160	240	320	400	Evet	Hayır

Süre(saat)	1	2	3	4	5		
Alınan Yol (km)	40	60	80	100	120	Evet	Hayır

Süre(saat)	1	2	3	4	5		
Alınan Yol (km)	1	4	9	16	25	Evet	Hayır

Süre(saat)	1	2	3	4	5		
Alınan Yol (km)	10	15	20	30	40	Evet	Hayır

2.  $y = 3x + 4$  olan bir doğrusal ilişki için;

a)  $x = 2$  iken  $y = 3 \cdot 2 + 4 = 10$

b)  $x = -3$  iken  $y = -3 \cdot 3 + 4 = -5$

c)  $y = 7$  iken  $x = 1$

değerlerini bulunuz.

3.  $x$  ile  $y$  arasında doğrusal bir ilişki vardır.

$x$	-2	1	5	$b$
$y$	6	0	$a$	-18

Tabloda verilen değerlere göre  $a + b$  kaçtır?

$x$	-2	1	5	$b = 10$
$y$	6	0	$a = -8$	-18

$a + b = 10 - 8 = 2$  olur.

4. Bir otopark giriş ücreti olarak 70 lira ve otoparkta kalınan her bir saat için 20 lira ücret alınmaktadır.

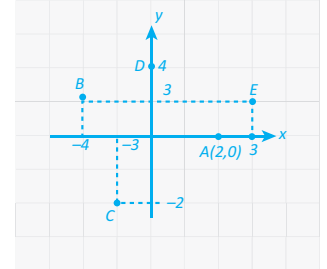
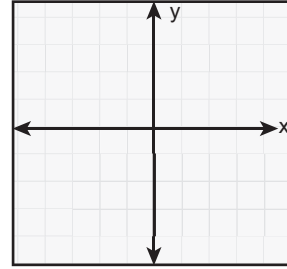
a) Otoparkta kalınan saat  $x$ , ödenen tutar  $y$  olduğuna göre  $x$  ile  $y$  arasındaki doğrusal ilişkiyi ifade eden denklemi yazınız.

$y = 70 + 20x$

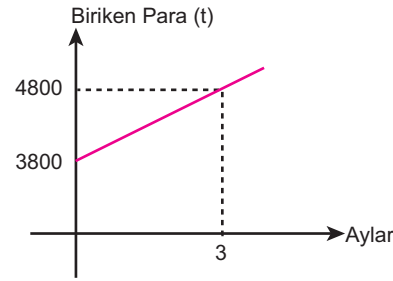
b) Otoparka bir araç için 290 TL ücret ödendi ise araç otoparkta en az kaç saat kalmıştır?

$290 = 70 + 20x$   $11 = x$

5.  $A(2, 0)$ ,  $B(-4, 3)$ ,  $C(-3, -2)$ ,  $D(0, 4)$  ve  $E(3, 3)$  noktalarını koordinat düzlemi üzerinde gösteriniz.



6.



Yukarıdaki grafik bir öğrencinin kumbarasında bulunan paranın aylara göre değişimini göstermektedir.

Buna göre kaç ay sonra kumbaradaki para miktarı 9000 TL olur?

$4800 - 3000 = 1800$  3 ayda 1800 TL ise ayda 600 TL birikir.

$9000 = 3000 + x \cdot 600$

$6000 = x \cdot 600$   $x = 10$  aydır.

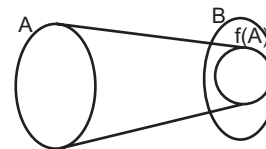
## Fonksiyonlar

A ve B boş olmayan iki küme olsun. A'nın her elemanını, B'nin yalnızca bir elemanına eşleyen işleme A'dan B'ye bir "fonksiyon" denir.

Fonksiyonda A'ya tanım kümesi, B'ye değer kümesi denir.

Fonksiyon olma şartları;

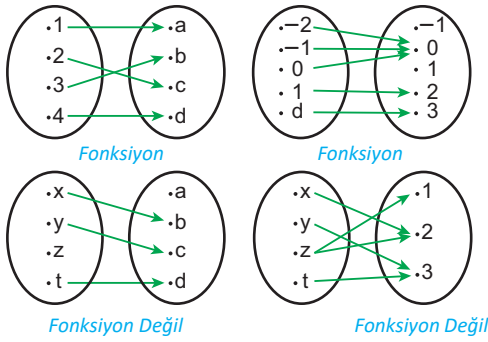
- 1) Tanım kümesinde boşta eleman kalmamalıdır.
- 2) Tanım kümesindeki her eleman değer kümesinde yalnız bir eleman ile eşleşmelidir.



$f: A \rightarrow B$   
 $x \rightarrow y = f(x)$   
 şeklinde gösterilir.  
 $f = \{(x, f(x)) : x \in A\}$ 'dir.

Burada  $x$ 'e bağımsız değişken,  $y$ 'ye de "bağımlı değişken" denir. A kümesine  $f$  fonksiyonun "tanım kümesi" ve  $f(A)$ 'ya  $f$  fonksiyonunun görüntü kümesi denir.

## Örnek 1

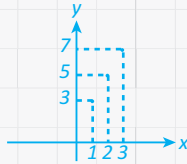


## Örnek 2

$A = \{1, 2, 3\}$  ve  $B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$  kümeleri veriliyor.  
 $f: A \rightarrow B$   
 $x \rightarrow y = f(x) = 2x + 1$

fonksiyonuna göre  $A$  tanım kümesindeki elemanların görüntülerini bulunuz ve dik koordinat düzleminde gösteriniz.

$$\begin{aligned} f(1) &= 2 \cdot 1 + 1 = 3 \\ f(2) &= 2 \cdot 2 + 1 = 5 \\ f(3) &= 2 \cdot 3 + 1 = 7 \\ f &= \{(1, 3), (2, 5), (3, 7)\} \end{aligned}$$



## Örnek 3

Aşağıdaki ifadelerden hangisi  $N$  (doğal sayılar) kümesinde tanımlı bir fonksiyondur?

- A)  $f(x) = 3x + 1$     B)  $f(x) = 2x - 1$     C)  $f(x) = \frac{x}{3}$   
 D)  $f(x) = \frac{x+4}{x-1}$     E)  $f(x) = x^3 - 1$

A)  $f(x) = 3x + 1$   $N \rightarrow N$  fonksiyondur. B)  $f(0) = -1 \notin N$  fonksiyon değildir.  
 C)  $f(1) = \frac{1}{3} \notin N$  fonksiyon değildir. D)  $f(1) = \frac{5}{0} \notin N$  (tanımsız) fonksiyon değildir.  
 E)  $f(0) = -1 \notin N$  fonksiyon değildir. Cevap A

## Örnek 4

$f$  ve  $g$  fonksiyonları gerçel sayılarda tanımlı fonksiyonlardır.

$f(x) = 2^x + 4$  ve  $g(x) = x + \sqrt{x}$   
 olduğuna göre;

a)  $f(2) + g(4)$  değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} f(2) &= 2^2 + 4 = 8 \\ g(4) &= 4 + \sqrt{4} = 6 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad f(2) + g(4) = 14 \text{ olur.}$$

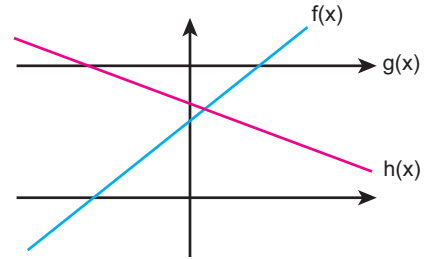
b)  $f(m) = g(16)$  ise  $m$  kaçtır?

$$\begin{aligned} f(m) &= 2^m + 4 & 2^m + 4 &= 20 \\ g(16) &= 16 + \sqrt{16} = 20 & 2^m &= 16 \\ & & m &= 4 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

## Not

Bir fonksiyonda bağımsız değişkenin alabileceği tüm değerler, fonksiyonunun tanım kümesi olarak adlandırılır. Bağımsız değişkenin alabileceği tüm değerlere karşılık bağımlı değişkenin alabileceği tüm değerler, görüntü kümesi olarak adlandırılır.

**Doğrusal Fonksiyon:**  $a, b \in \mathbb{R}$  olmak üzere gerçel sayı kümesinde tanımlı  $f(x) = ax + b$  fonksiyonuna doğrusal (1. dereceden) fonksiyon denir.



Doğrusal fonksiyonlar isimlerini düzlemde doğru grafiği belirtmesinden alır.

## Örnek 5

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x)$  doğrusal fonksiyon olmak üzere,

$$f(0) = 2$$

$$f(3) = 8$$

olduğuna göre  $f(2)$  kaçtır?

- A) 6    B) 8    C) 10    D) 12    E) 14

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \text{ doğrusal fonksiyondur.} \\ f(0) &= a \cdot 0 + b = 2 & f(3) &= 3a + b = 8 \\ b &= 2 & 3a &= 6 \\ & & a &= 2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} f(x) &= 2x + 2 \\ f(2) &= 2 \cdot 2 + 2 \\ &= 6 \text{ bulunur.} \end{aligned} \quad \text{Cevap A}$$

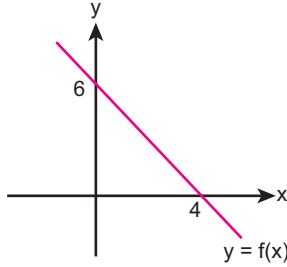
## Örnek 6

$f$  fonksiyonu doğrusal fonksiyon olmak üzere,  $f(4) = 21$  ve  $f(1) = -1$  olduğuna göre  $f(x)$  doğrusal fonksiyonunu bulunuz.

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ f(4) &= 4a + b = 21 \\ f(1) &= a + b = -3 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} 4a + b &= 21 \\ + \quad -a - b &= -3 \\ \hline 3a &= 24 \\ a &= 8 \end{aligned}$$

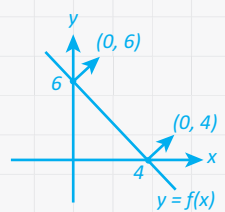
$a$  yi denkleme yazarsak  $b = -11$  bulunur.  
 $f(x) = 8x - 11$  olur.

**Örnek 7**



Dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  doğrusal fonksiyonu verilmiştir.

**Buna göre  $f(8)$  kaçtır?**



Grafik  $(0, 6)$  den geçiyorsa  $f(0) = 6$ , grafik  $(4, 0)$  den geçiyorsa  $f(4) = 0$  demektir.

$f(x)$  doğrusal fonksiyon;  $f(x) = ax + b$   
 $f(0) = a \cdot 0 + b = 6$   $b = 6$  olur.

$f(4) = 4a + 6 = 0$   $a = -\frac{3}{2}$  olur.

$f(x) = -\frac{3}{2}x + 6$

$f(8) = -\frac{3}{2} \cdot 8 + 6 = -12 + 6 = -6$  olur.

**Örnek 8**

$f(x)$  doğrusal fonksiyon olmak üzere,

$$f(x + 1) + f(x - 1) = 8x + 12$$

olduğuna göre  $f(3)$  kaçtır?

- A) 9      B) 12      C) 15      D) 18      E) 21

$f(x)$  doğrusal fonksiyon ise  $f(x) = ax + b$

$a(x + 1) + b + a(x - 1) + b = 8x + 12$

$2ax + 2b = 8x + 12$

$2a = 8$      $2b = 12$

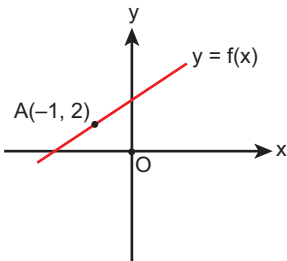
$a = 4$      $b = 6$

$f(x) = 4x + 6$

$f(3) = 12 + 6 = 18$  olur.

Cevap D

**Örnek 9**



Yandaki grafikte  $f$  doğrusal fonksiyonu veriliyor.

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyon ve  $k \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

**$f(x - k) = g(x + 5)$  ve  $g(k + 5) = 8$  olduğuna göre,  $f(4)$  kaçtır?**

- A) 38      B) 32      C) 30      D) 26      E) 24

$f(x - k) = g(x + 5)$  eşitliğinde  $x$  yerine  $k$  yazarsak  $f(0) = g(k + 5)$  yani  $f(0) = 8$  bulunur.  $f(x)$  doğrusal fonksiyon olduğundan  $f(x) = ax + b$  ve  $A(-1, 2)$  noktasından geçiyor.

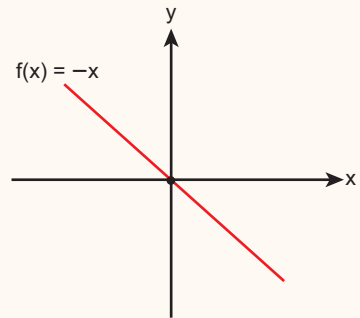
$f(-1) = 2$   $f(0) = 8$ ,  $f(-1) = -a + b = 2$ ,  $a = 6$ ,  $f(x) = 6x + 8$  bulunur.  $f(4) = 32$  Cevap B

**Tanım**

$f$  fonksiyonunda  $f(x) = 0$  eşitliğini sağlayan  $x$  değerine  $f$  fonksiyonunun sıfırı denir.

Bir fonksiyonda bağımlı değişken bağımsız değişkenin bazı değerleri için pozitif bazı değerleri için negatif olabilir. Fonksiyonun hangi aralıkta pozitif hangi aralıkta negatif olduğunun sıfırı dikkate alınarak bulunur.

**Örneğin**



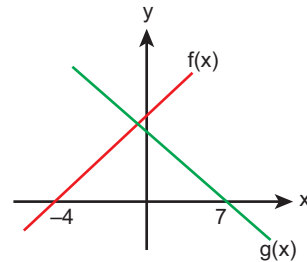
Grafik incelendiğinde  $x > 0$  için  $f(x)$  in negatif olduğu,  $x < 0$  için  $f(x)$  in pozitif olduğu görülür.

$f$  fonksiyonunun sıfırına göre işaret incelemesi aşağıdaki tablo ile açıklanır.

$-\infty$	$0$	$\infty$
$f(x) = -x$	+	-
(işaret tablosu)		

İşaret tablosu yardımıyla  $\forall x \in (-\infty, 0)$  için fonksiyonun işaretinin pozitif olduğu,  $\forall x \in (0, \infty)$  için fonksiyonun işaretinin negatif olduğu görülür.

**Örnek 10**



**Koordinat düzleminde verilen  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonları için işaret tablosu oluşturunuz. Pozitif ve negatif oldukları aralıkları yazınız.**

$f(x)$	$-4$	$+$
$\forall x \in (-\infty, -4), f(x) < 0$		$\forall x \in (-4, \infty), f(x) > 0$
$f(-4) = 0$ olduğundan $x = -4$ fonksiyonun sıfırındır.		

$g(x)$	$7$	$-$
$\forall x \in (-\infty, 7), g(x) > 0$		$\forall x \in (7, \infty), g(x) < 0$
$g(7) = 0$ olduğundan $x = 7$ fonksiyonun sıfırındır.		

## Tanım

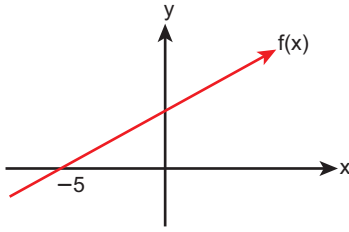
Fonksiyonun tanımlı olduğu belirli bir aralıkta bağımsız değişkenin aldığı değerler artarken bağımlı değişkenin aldığı değerler de artıyorsa bu fonksiyon verilen aralıkta artandır.

$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  için  $x_1 < x_2$  iken  $f(x_1) < f(x_2)$  oluyorsa fonksiyon reel sayılarda artandır.

Fonksiyonun tanımlı olduğu belirli bir aralıkta bağımsız değişkenin aldığı değerler artarken bağımlı değişkenin aldığı değerler azalıyorsa bu fonksiyon verilen aralıkta azalandır.

$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  için  $x_1 < x_2$  iken  $f(x_1) > f(x_2)$  oluyorsa fonksiyon reel sayılarda azalandır.

## Örnek 11



Yukarıda dik koordinat düzlemi üzerinde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

a)  $f(x)$  fonksiyonunun pozitif olduğu değer aralığını yazınız.

$(-5, \infty)$

b)  $f(x)$  fonksiyonunun negatif olduğu değer aralığını yazınız.

$(-\infty, -5)$

c)  $f(x)$  fonksiyonunu azalan olduğu aralığı yazınız.

Fonksiyon daima artandır. Azalan olduğu aralık yoktur.

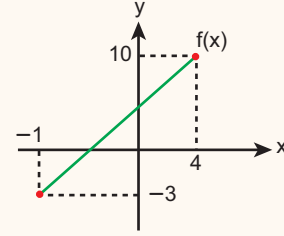
## Tanım

$a, b \in \mathbb{R}$  ve  $f$  fonksiyonu  $[a, b]$  de tanımlı olmak üzere,

$\forall x \in [a, b]$  için  $f(x) \leq f(k)$  şartını sağlayan  $f(k)$  değerine  $f$  fonksiyonunun maksimum değeri denir.

$\forall x \in [a, b]$  için  $f(x) \geq f(k)$  şartını sağlayan  $f(k)$  değerine  $f$  fonksiyonunun minimum değeri denir.

## Örneğin



$[-1, 4]$  aralığında tanımlı  $f(x)$  fonksiyonu minimum değerini  $f(-1)$  de, maksimum değerini  $f(4)$  de alır. Dolayısıyla fonksiyonun minimum değeri  $-3$  ve maksimum değeri  $10$  dur.

## Tanım

Bir fonksiyon tanım kümesindeki her elemanı görüntü kümesinde farklı bir elemana eşliyorsa bu fonksiyona "birebir fonksiyon" denir. Eğer  $f(a) = f(b)$  olduğunda  $a = b$  ise bu fonksiyon birebirdir.

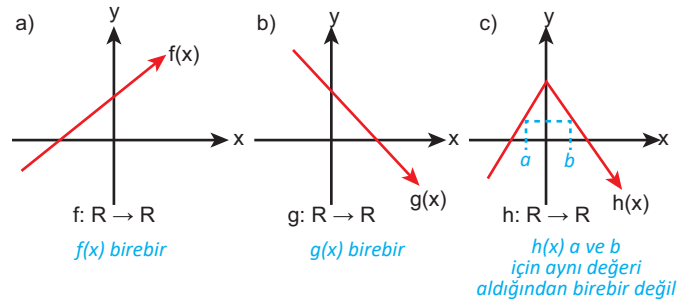
$\forall a, b \in A$  için  $f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$

$\forall a, b \in A$  için  $a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$  dir.

Birebir fonksiyonlar, her elemanın yalnızca bir eşleşmesi olduğunu ve bu eşleşmenin benzersiz olduğunu garanti eder.

## Örnek 12

Aşağıda verilen grafiklerden hangileri birebir fonksiyon grafiğidir?



## Ön Hazırlık Anahtarı

1. Evet, a) Evet, b) Hayır, c) Hayır, 2. a) 10, b) -5, c) 1, 3. 2, 4. a)  $y = 70 + 20x$   
b)  $x = 11$ , 6. 10,

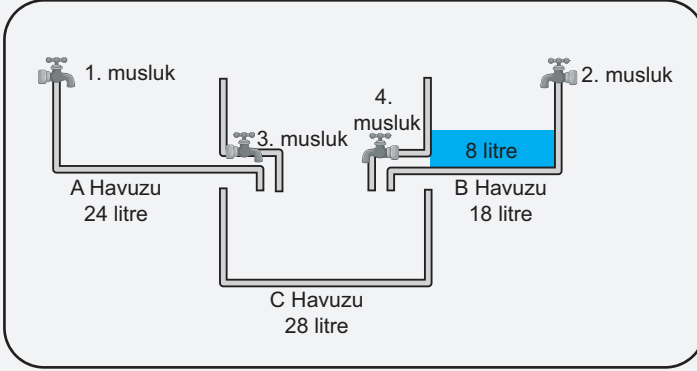
## Örnek Cevap Anahtarı

3. A, 4. a) 14, b) 4, 5. A, 6.  $f(x) = 8x - 11$ , 7. -6, 8. D, 9. B,  
11. a)  $(-5, \infty)$ , b)  $(-\infty, -5)$  c) Azdan olduğu aralık yoktur.  
12. a) birebir b) birebir c) birebir değil.

**Etkinlik**

**Etkinlik İsmi : Akışkanların Doğrusallığı**

**Amacı :** Doğrusal Fonksiyonların modellenmesi, grafiklerinin çizilmesi ve problem çözebilme



Şekilde A, B, C havuzu ve dört tane musluk gösterilmiştir.

- 1. musluk dakikada 2 litre su ve
- 2. musluk 2 dakikada 3 litre su doldurmaktadır.
- 3. musluk 2 dakikada 1 litre su ve
- 4. musluk 3 dakikada 2 litre su boşalmaktadır.

**Tüm musluklar aynı anda açılıyor. Buna göre aşağıdaki soruları yanıtlayınız.**

a) A havuzdaki su miktarının zamana (dakikaya) bağlı değişimini gösteren  $f(t)$  fonksiyonunu modelleyip grafiğini çiziniz.

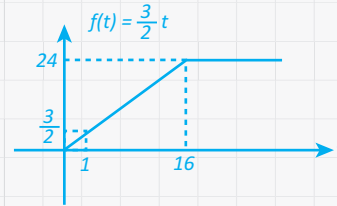
1. musluk dakikada 2 litre su dolduruyor.

3. musluk dakikada  $\frac{1}{2}$  litre su boşaltıyor.

Toplam 1 dakikada  $\frac{3}{2}$  litre su dolar.

$$\frac{3}{2} t = 24, t = 16 \text{ olur.}$$

$$f(t) = \frac{3}{2} t, t \in (0, 16]$$



b) B havuzunda başlangıçta 8 litre su bulunuyor. B havuzundaki su miktarını zamana bağlı gösteren  $g(t)$  fonksiyonunun modelleyip grafiğini çiziniz.

2. musluk dakikada  $\frac{3}{2}$  litre

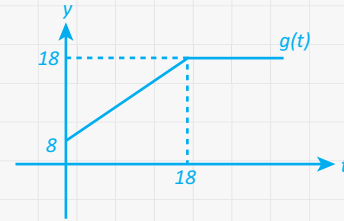
4. musluk dakikada  $\frac{2}{3}$  litre

Toplam 1 dakikada  $\frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{5}{9}$  litre su dolar.

$$g(t) = 8 + \frac{5}{9} t, \frac{5}{9} t = 10$$

$$8 + \frac{5}{9} t = 18 \quad t = 18$$

$$g(t) = 8 + \frac{5}{9} t, t \in (0, 18]$$



3) C havuzunun kaç dakika sonra dolduğunu bulunuz.

2. muslukta dakikada  $\frac{1}{2}$  litre,

4. muslukta dakikada  $\frac{2}{3}$  litre su dolmaktadır. Dakikada  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$  litre  $\Rightarrow \frac{28}{7/3} = 12$  dakikada dolar.

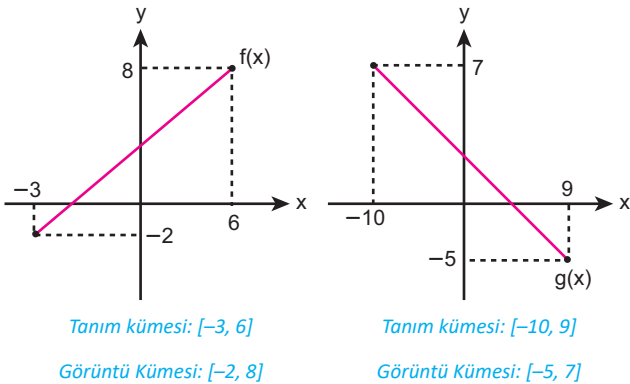
1. Aşağıdaki ifadelerden hangileri verilen tanım ve değer kümelerine göre bir fonksiyondur?

			Fonksiyon mu?	
a)	$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$	$f(x) = 3x^2 + 5$	✓ Evet	Hayır
b)	$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$	$g(x) = 2x + 1$	✓ Evet	Hayır
c)	$h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$	$h(x) = \frac{x}{x+1}$	Evet	✓ Hayır
d)	$k: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$	$f(x) = \frac{x^2 - 4}{5}$	✓ Evet	Hayır

2. Aşağıda verilen fonksiyonların en geniş tanım kümelerini yazınız.

- a)  $f(x) = x + 5$  *R de tanımlıdır.*  
 b)  $f(x) = \frac{3x}{x-1}$   *$x = 1$  paydayı sıfır yapar.  $\mathbb{R} - \{1\}$  de tanımlıdır.*  
 c)  $f(x) = \sqrt{4-x}$   *$4-x \geq 0$   $4 \geq x$  fonksiyon  $(-\infty, 4]$  aralığında tanımlıdır.*  
 d)  $f(x) = \sqrt[3]{16x+4}$  *R de tanımlıdır.*

3. Aşağıda verilen fonksiyonların tanım ve görüntü kümelerini yazınız.



4.  $f(x)$  doğrusal fonksiyon olmak üzere,

$$f(3) = 5$$

$$f(7) = 13$$

olduğuna göre  $f(-2)$  değeri kaçtır?

*$f(x)$  doğrusal fonksiyon ise  $f(x) = ax + b$  olur.*

$$f(3) = 3a + b = 5$$

$$f(7) = 7a + b = 13$$

$$\begin{array}{r} - \\ -4a = -8 \\ a = 2 \end{array}$$

*$a$ 'yı denklemden yerine yazarak  $b = -1$  bulunur.*

$$f(x) = 2x - 1$$

$$f(-2) = -5 \text{ bulunur.}$$

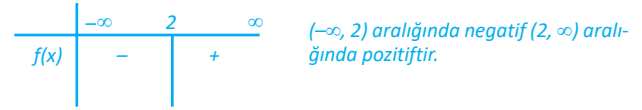
5.  $f(x) = 6x - 12$  fonksiyonu için,

a)  $f$  fonksiyonunun sıfırını bulunuz.

$$6x - 12 = 0$$

$$x = 2 \text{ bulunur.}$$

b)  $f$  fonksiyonunun işaret tablosunu çiziniz ve pozitif negatif olduğu aralıkları belirleyiniz.



6. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı,

I.  $f(x) = 3x - 1$

II.  $g(x) = x^2 + 1$

III.  $h(x) = x^3$

fonksiyonlarından hangileri birebirdir?

I.  $\forall a, b \in \mathbb{R}$  için  $3a - 1 = 3b - 1$

$$3a = 3b$$

$$a = b \text{ bulunur. Bire birdir.}$$

II.  $x = 1$  ve  $x = -1$  için  $g(1) = g(-1)$  olup bire bir değildir.

III.  $\forall a, b \in \mathbb{R}$  için  $a^3 = b^3$

$$a = b \text{ olur. Birebirdir.}$$

$$I \text{ ve III}$$



Açık Uçlu Sorular Cevap Anahtarı

1. a) Evet, b) Evet, c) Hayır, d) Evet 2) a) R b)  $\mathbb{R} - \{1\}$  c)  $(-\infty, 4]$  d) R

3. a) TK=  $[-3, 6]$ , GK =  $[-2, 8]$ , b) TK=  $[-10, 9]$ ,  $[-5, 7]$  4. -5, 6. I ve III

1. Aşağıdaki hangisi tanımlandığı aralıkta fonksiyon belirtmez?

A)  $f: [2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = \frac{2x}{x-6}$  *Fonksiyon*

B)  $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = x^2$  *Fonksiyon*

C)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = \sqrt[3]{3x-2}$  *Fonksiyon*

D)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$   $f(x) = \frac{3x+4}{x+5}$   $x=1$  için  $f(1) = \frac{7}{6} \notin \mathbb{Z}$   
*Fonksiyon Değildir.*

E)  $f: [2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$  *Fonksiyon*

*Cevap D*

2.  $f(x)$  doğrusal fonksiyon olmak üzere,

$$f(x-2) + f(x+4) = 4x + 10$$

olduğuna göre  $f(6)$  değeri kaçtır?

- A) 18    B) 15    C) 12    D) 9    E) 6

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x-2) = a(x-2) + b = ax - 2a + b$$

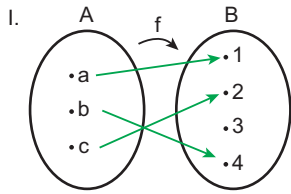
$$f(x+4) = a(x+4) + b = ax + 4a + b$$

$$\begin{array}{r} + \\ 2ax + 2a + 2b = 4x + 10 \\ 2ax = 4x \quad 2a + 2b = 10 \\ a = 2 \quad 4 + 2b = 10 \\ b = 3 \end{array}$$

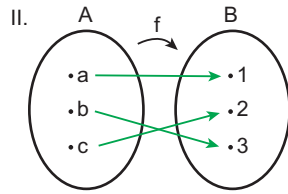
$$f(x) = 2x + 3 \text{ olur. } f(6) = 15 \text{ bulunur.}$$

*Cevap B*

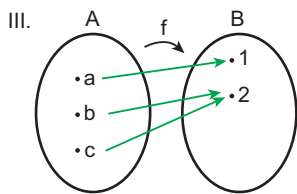
3. Aşağıda A kümesinden B kümesine tanımlı  $f$  fonksiyonları Venn Şeması ile verilmiştir.



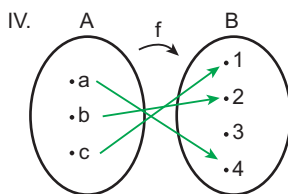
*Birebir*



*Birebir*



*Birebir değil*



*Birebir*

Buna göre verilen fonksiyonlardan hangileri birebirdir?

- A) I ve II    B) I, II ve III    C) I ve III  
D) II, III, IV    E) I, II, IV

*Cevap E*

4. I. Her elemanın görüntüsü kendine özgüdür.  
II.  $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  için  $x_1 < x_2$  iken  $f(x_1) < f(x_2)$  dir.  
III.  $\forall a, b \in \mathbb{R}$  için  $f(x) = ax + b$  biçimindeki fonksiyonlardır.

Yukarıda tanım veya özellikleri verilen fonksiyonlar hangi seçenekte doğru eşleştirilmiştir?

- A) I. Bire bir fonksiyon    B) I. Bire bir fonksiyon  
II. Azalan fonksiyon    II. Azalan fonksiyon  
III. Artan fonksiyon    III. Doğrusal fonksiyon  
C) I. Azalan fonksiyon    D) I. Azalan fonksiyon  
II. Bire bir fonksiyon    II. Doğrusal fonksiyon  
III. Artan fonksiyon    III. Bire bir fonksiyon

E) I. Bire bir fonksiyon

II. Artan fonksiyon

III. Doğrusal fonksiyon

*I. Bire bir fonksiyon, II. Artan fonksiyon, III. Doğrusal fonksiyon Cevap E*

5.  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  olmak üzere,  
 $f: A \rightarrow A$  fonksiyonu bire birdir.

Buna göre  $f(8) + f(9)$  ifadesinin alabileceği en büyük değer, alabileceği en küçük değerden kaç fazladır?

- A) 18    B) 16    C) 14    D) 12    E) 10

$f(9)$  ve  $f(8)$  en çok 9 ve 8 değerlerini, en az 0 ve 1 değerlerini alabilir.

$$(9+8) - (0+1) = 16 \text{ bulunur.}$$

*Cevap B*

6. Gizli görevde bulunan Baran taşınabilir belleğine çok gizli bilgiler kopyalıyor.

$f(t) = 3t + 30$  fonksiyonu  $t$  saniye sonunda Baran'ın taşınabilir belleğinde kopyalanan bilgi miktarını GB cinsinden göstermektedir.

Buna göre Baran gizli bilgileri kopyalamaya başladığı 10. saniyede taşınabilir bellekte kaç GB gizli bilgi yüklenmiş olur?

- A) 30    B) 40    C) 50    D) 60    E) 70

$$f(10) = 3 \cdot 10 + 30 = 60 \text{ GB dir.}$$

$$f(0) = 3 \cdot 0 + 30 = 30 \text{ GB Belleğin ilk doluğu}$$

$$60 - 30 = 30 \text{ GB bilgi yüklenir.}$$

*Cevap A*



Test Cevap Anahtarı

1. D    2. B    3. E    4. E    5. B    6. A