



Tanıtım

Tema: Sayılar

Konu: Özdeşlikler

Alt Konu: İki kare farkı ve Tam kare Özdeşlikler

Temanın Amacı: Gerçek sayıların işlem özelliklerini cebirsel olarak ifade etmede analogik akıl yürütme

Anahtar Kavramlar: İki kare farkı, Tam kare ifadeler

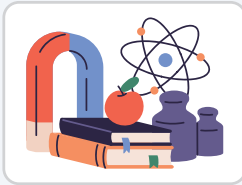
Köprü Kurma

Matematiksel özdeşlikler, bilimsel hesaplamalarda sıkça kullanılır.

Örneğin;

Fizik

- Enerji Korunumu
 - * Kinetik enerji ve potansiyel enerji toplamı sabittir.
- Özdeşlik : $\frac{1}{2}m(v^2 + 2gh) = \text{sabit}$



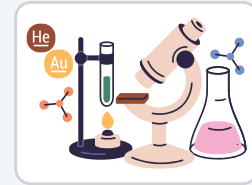
Biyoloji

- Hardy – Weinberg Dengesi
- Popülasyon içindeki genotip frekanslarını tahmin etmek için kullanılır.
- $$(p + q)^2 = p^2 + 2pq + q^2 = 1$$
- (Alfo frekanslarının popülasyon genetiğindeki dengesi)



Kimya

- Moleküllerin Enerji Farkları
 - * Moleküllerin Enerji Farkları arasındaki farkları hesaplamak için iki kare farkı özdeşliği kullanılır.
- Örneğin; iki enerji seviyesi (E_1 ve E_2) arasındaki fark;
- $$E_1^2 - E_2^2 = (E_1 + E_2) \cdot (E_1 - E_2)$$
- şeklindedir.



- İçerisinde bilinmeyen bulunan ve bilinmeyenlerin her değeri için daima doğru olan eşitliklere **özdeşlik** denir.

**Not**

- Toplam ya da fark durumundaki ifadelerin her teriminde en az bir ortak çarpan varsa; ifade bu ortak çarpan çarpı diğerleri şeklinde yazılabilir.

Örneğin; $ax + ay = a(x + y)$ dir.

Bu özelliğe **ortak çarpan parantezine alma** denir.

**Örnek 1**

Aşağıda verilen ifadeleri ortak çarpan parantezine alınız.

$$a) 6x + 6y + 12 = 6(x + y + 2)$$

$$b) 2x^2 + 4x^4 = 2x^2(1 + 2x^2)$$

$$c) 3x^2y^2 - 4x^3y = x^2y(3y - 4x)$$

$$d) a(a + 2b) + b(a + 2b) = (a + 2b)(a + b)$$

**Not**

İfadelerin tüm terimlerinde aynı ortak çarpan bulunmuyorsa ifade ikiye ikiye, üçer üçer, gruplandırılarak ortak çarpan parantez işlemi yapılır.

**Örnek 2**

$$a + b = 4$$

$$x + y = 2$$

olduğuna göre, $ax + bx + ay + by$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$$

$$= 4 \cdot 2 = 8 \text{ bulunur.}$$

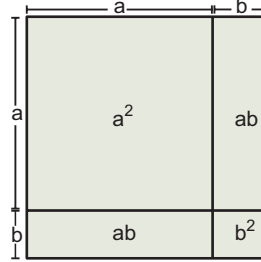
Cevap D

**Gözlem**

- $(x + y)^2 = (x + y)(x + y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$
- $(x - y)^2 = (x - y)(x - y) = x^2 - xy - yx + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$

İki Sayının Toplamının Karesi

Aşağıda bir kenar uzunluğu $(a + b)$ birim olan ve kenarları a ve b birim olmak üzere iki parçaya ayrılmış bir kare verilmiştir. Bu karenin alan formülünü yazalım ve bu kareyi oluşturan dört küçük parçanın alanları toplamına eşitleyelim.



Büyük karenin alanı: $(a + b)^2$

Dört küçük dörtgenin alanlar toplamı: $a^2 + ab + ab + b^2$

Büyük karenin alanının, küçük alanların toplamına eşitliği iki sayının toplamının karesini verir.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

**Örnek 3**

Aşağıdaki ifadeleri iki sayının toplamının karesi özdeşliği ile çözümleniz.

$$a) (a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16$$

$$b) (3a + 5)^2 = 9a^2 + 30a + 25$$

$$c) \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}$$

**Örnek 4**

$$a + b = 12$$

$$a^2 + b^2 = 70$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 35 B) 37 C) 39 D) 41 E) 43

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad 12^2 = 70 + 2ab \quad 74 = 2ab$$

$$ab = 37 \text{ bulunur.}$$

Cevap B

**Örnek 5**

$$a + \frac{2}{a} = 8$$

olduğuna göre, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

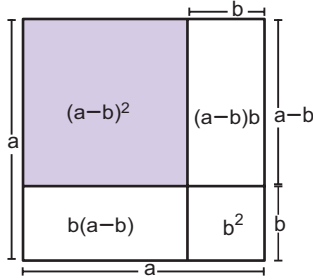
- A) 68 B) 60 C) 52 D) 48 E) 40

$$\left(a + \frac{2}{a}\right)^2 = 8^2 \quad a^2 + 4 + \frac{4}{a^2} = 64 \quad a^2 + \frac{4}{a^2} = 60 \text{ bulunur.}$$

Cevap B

İki Sayının Farkının Karesi

Aşağıda bir kenar uzunluğu a birim olan bir büyük kare ve içinde bir kenar uzunluğu b birim olan bir küçük kare verilmiştir.



Renkli karenin alanı: $(a - b)^2$

Büyük karenin alanı: a^2

Beyaz renkli üç dörtgenel bölgenin alanları toplamı:

$$b^2 + b(a - b) + b(a - b)$$

Büyük karenin alanından beyaz dörtgenlerin alanı çıkarılırsa renkli karenin alanı bulunur.

$$(a - b)^2 = a^2 - b^2 - 2b(a - b)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - b^2 - 2ab + 2b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ bulunur.}$$

Örnek 6

Aşağıdaki ifadeleri iki sayının toplamının karesi özdeşliği ile çözümleniz.

a) $(a - 3)^2 = a^2 - 6a + 9$ b) $(3a - 7)^2 = 9a^2 - 42a + 49$

c) $(2^x - 3^y)^2 = 2^{2x} - 2^{x+1} \cdot 3^y + 3^{2y}$

Örnek 7

Aşağıdaki ifadelerin eşitlerini yazınız.

a) $a^2 + 6ab + 9b^2 = (a + 3b)^2$ b) $4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2$

c) $(a + b)^2 + 2a + 2b + 1 = (a + b + 1)^2$

Örnek 8

$$x = 3 + \sqrt{2}$$

olduğuna göre, $x^2 - 6x + 13$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$\begin{aligned} x - 3 &= \sqrt{2} && \rightarrow && x^2 - 6x + 9 = 2 \\ (x - 3)^2 &= 2 && \rightarrow && x^2 - 6x + 9 + 4 = 2 + 4 \\ &&& && x^2 - 6x + 13 = 6 \end{aligned}$$

Cevap E

Örnek 9

$$a - \frac{3}{a} = 9$$

olduğuna göre, $a^2 + \frac{9}{a^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 90 B) 87 C) 84 D) 81 E) 75

$$a - \frac{3}{a} = 9$$

$$\left(a - \frac{3}{a}\right)^2 = 9^2$$

$$a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{3}{a} + \frac{9}{a^2} = 81$$

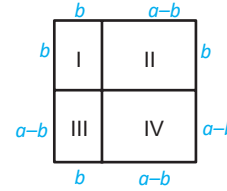
$$a^2 - 6 + \frac{9}{a^2} = 81$$

$$a^2 + \frac{9}{a^2} = 87 \text{ dir.}$$

Cevap B

Çıkmış Soru 1

Kenar uzunluğu a birim olan bir kare şeklindeki gibi dört bölgeye ayrıldığında I numaralı bölge kenar uzunluğu b birim olan bir kare belirtmektedir.



Bu koşulu sağlayan her a ve b sayısı için,

$$a^2 - 2ab + 2b^2$$

ifadesi hangi iki bölgenin alanları toplamına eşittir?

- A) I ve II B) I ve IV C) II ve III
D) II ve IV E) III ve IV

(2018 TYT)

$$= a^2 - 2ab + b^2 + b^2 = \underbrace{(a-b)^2}_{\text{IV. bölge}} + \underbrace{b^2}_{\text{I. bölge}}$$

Cevap B

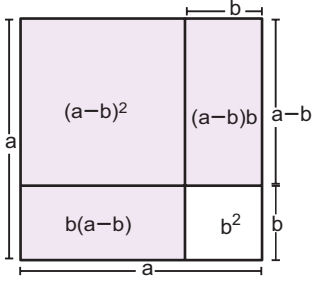
Gözlem

$$\begin{aligned} (a - b)(a + b) &= a^2 + ab - ba - b^2 \\ &= a^2 - b^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

İki Sayının Karesinin Farkı

Tanım

Aşağıda bir kenar uzunluğu a birim olan bir büyük kare ve içinde bir kenar uzunluğu b birim olan bir küçük kare verilmiştir.



Büyük karenin alanı a^2

Küçük karenin alanı b^2

Renkli üç dörtgen: $(a - b)^2 + (a - b)b + b(a - b)$

Büyük kareden küçük karenin alanını çıkarırsak renkli üç dörtgenin alanına eşit olur.

$$a^2 - b^2 = (a - b)^2 + 2b(a - b)$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a - b) + 2b(a - b)$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a - b + 2b)$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \text{ bulunur.}$$

Örnek 10

Aşağıdaki ifadeleri iki karenin farkının özdeşliği biçiminde yazınız.

a) $a^2 - 25 = (a - 5)(a + 5)$

b) $4a^2 - 9b^2 = (2a - 3b)(2a + 3b)$

c) $(3x - \sqrt{5})(3x + \sqrt{5}) = 9x^2 - 5$

d) $(a + 2)^2 - (b + 3)^2 = (a + 2 - b - 3)(a + 2 + b + 3) = (a - b - 1)(a + b + 5)$

e) $a^2 - \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)\left(a + \frac{1}{a}\right)$

f) $(3^x - 5^x)(3^x + 5^x) = 9^x - 25^x$

Örnek 11

$(998)^2 = a + 4$ olduğuna göre, a sayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 28 B) 24 C) 20 D) 16 E) 12

$(998)^2 = a + 4$
 $(998)^2 - 2^2 = a$
 $(998 + 2)(998 - 2) = a$
 $1000 \cdot 996 = a$

$a = 996.000$
 a nın rakamları toplamı 24 olur.

Cevap B

Örnek 12

$$\frac{x^2 + 2xy + y^2 - 1}{x^2 + xy + x}$$

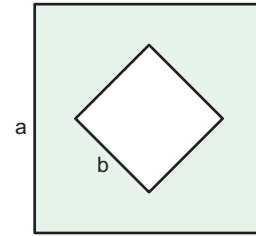
ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x+y+1}{y}$ B) $\frac{x+y-1}{y}$ C) $\frac{x+y-1}{x}$
 D) $\frac{x-y-1}{x}$ E) $\frac{x+y+1}{x}$

$$\frac{(x+y)^2 - 1}{x(x+y+1)} = \frac{(x+y-1)(x+y+1)}{x(x+y+1)} = \frac{x+y-1}{x}$$

Cevap C

Örnek 13



Şekilde bir kenarı a birim olan kare içerisine bir kenarı b birim olan kare yerleştirilmiştir.

Taralı bölgenin alanı 60 birimkare, çevresi ise 24 birim olduğuna göre $a - b$ kaç birimdir?

- A) 5 B) 6 C) 10 D) 12 E) 15

$4a + 4b = 24$
 $a + b = 6$
 $a^2 - b^2 = 60$
 $(a - b)(a + b) = 60$
 $(a - b) \cdot 6 = 60$
 $a - b = 10$ bulunur.

Cevap C

Örnek 14

$x = 2024$ olduğuna göre,

$$\sqrt{2021 \cdot 2027 + 9}$$

ifadesinin x türünden eşiti kaçtır?

- A) $2x + 3$ B) $2x$ C) $x + 3$ D) x E) $\frac{x}{2}$

$2021 = x - 3$ $2027 = x + 3$ olur.
 $\sqrt{(x-3)(x+3)+9} = \sqrt{x^2 - 9 + 9} = \sqrt{x^2} = x$ bulunur.

Cevap D

Örnek 15

x bir gerçel sayı ve $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^x = 8$ olduğuna göre,

$$(\sqrt{5} - \sqrt{3})^x$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2^{x+1} B) 2^x C) 2^{x-1} D) 2^{x-2} E) 2^{x-3}

$$(\sqrt{5} + \sqrt{3})^x \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3})^x = 8 \cdot ? \text{ olsun } (5-3)^x = 8 \cdot ?$$

$$[(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})]^x = 8 \cdot ? \quad \begin{matrix} 2^x = 8 \cdot ? \\ 2^{x-3} = ? \text{ olur.} \end{matrix}$$

Cevap E

Gözlem

$$(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 + 2 \cdot (\sqrt{5})(\sqrt{2}) + (\sqrt{2})^2$$

$$= 5 + 2\sqrt{10} + 2$$

$$= 7 + 2\sqrt{10} \text{ olduğundan}$$

$$\sqrt{7 + 2\sqrt{10}} = \sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

Not

$a, b \in \mathbb{R}^+$, $a > b$ olmak üzere

$$\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

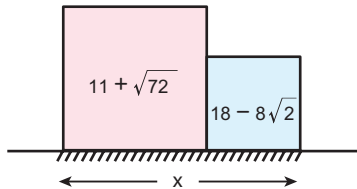
Örnek 16

Aşağıdaki ifadelerin eşitlerini yazınız.

a) $\sqrt{12 - 2\sqrt{35}} = \sqrt{7} - \sqrt{5}$ b) $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

Örnek 17

Şekilde iki kare kartonun alanları iç kısımlarında belirtilmiştir.



Buna göre, kartonların zemine oturduğu bölümün uzunluğu x cm ise x kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

$$x = \sqrt{11 + \sqrt{72}} + \sqrt{18 - 8\sqrt{2}} = \sqrt{11 + 2\sqrt{18}} + \sqrt{18 - 2\sqrt{32}}$$

$$= \sqrt{9 + \sqrt{2}} + \sqrt{16 - \sqrt{2}} = 7 \text{ cm dir.}$$

Cevap B

Örnek 18

$$\sqrt{8 + 3\sqrt{5}} + \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{6} + \sqrt{5}$ B) 4 C) $\sqrt{5} + 2$
D) $\sqrt{5} - 2$ E) $\sqrt{5}$

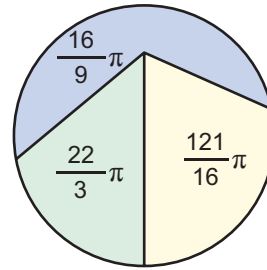
$$\sqrt{8 + 3\sqrt{5}} + \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = \sqrt{8 + 3\sqrt{5} + \sqrt{5} + 1}$$

$$= \sqrt{9 + 4\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{9 + 2\sqrt{20}} = \sqrt{5} + 2 \text{ olur.}$$

Cevap C

Örnek 19



Daire biçimindeki hastane toplanma alanı sarı alan, yeşil alan ve mavi alan olarak ayrılmış ve alanların kaç km^2 olduğu şekilde verilmiştir.

Buna göre, hastane toplama alanının yarıçap uzunluğu kaç km dir?

- A) $\frac{41}{12}$ B) $\frac{43}{12}$ C) $\frac{45}{12}$ D) $\frac{42}{12}$ E) $\frac{49}{12}$

$$= \frac{16\pi}{9} + \frac{22\pi}{3} + \frac{121\pi}{16} = \pi \left(\frac{16}{9} + \frac{22}{3} + \frac{121}{16} \right)$$

$$= \left[\left(\frac{4}{3} \right)^2 + 2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{11}{4} + \left(\frac{11}{4} \right)^2 \right] \pi$$

$$= \left(\frac{4}{3} + \frac{11}{4} \right)^2 \pi = \pi \cdot r^2 \text{ dir.}$$

$$r = \frac{4}{3} + \frac{11}{4} = \frac{49}{12} \text{ bulunur.}$$

Örnek Cevap Anahtarı

1. a) $6(x+y+2)$, b) $2x^2(1+2x^2)$, c) $x^2y(3y-4x)$, d) $(a+2b)(a+b)$
2. D 3.a) $a^2+8a+16$, b) $9a^2+30a+25$, c) $a^2+2+\frac{1}{a^2}$ 4. B 5. B
6. a) a^2-6a+9 , b) $9a^2-42a+49$, c) $2^{2x}-2^{x+1} \cdot 3^y+3^{2y}$
7. a) $(a+3b)^2$, b) $(2x-5)^2$, c) $(a+b+1)^2$ 8. E 9. B
10. a) $(a-5)(a+5)$, b) $(2a-3b)(2a+3b)$, c) $9x^2-5$ d) $(a-b-1)(a+b+5)$
e) $\left(a-\frac{1}{a}\right)\left(a+\frac{1}{a}\right)$ f) 9^x-25^x 11. B 12. C 13. C 14. D 15. E
16. a) $\sqrt{7}-\sqrt{5}$ b) $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ 17. B 18. C 19. E

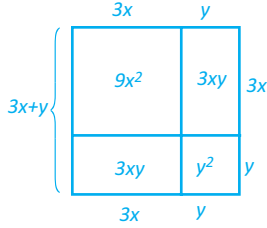
Çıkış Soru Cevap Anahtarı

1. B

1. a) $(3x + y)^2$ açılımını yapınız.

$$(3x + y)^2 = 9x^2 + 6xy + y^2$$

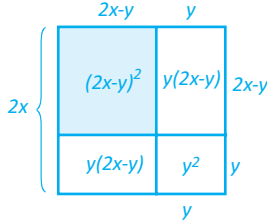
- b) Elde ettiğiniz özdeşliği geometrik olarak doğrulayınız.



2. a) $(2x - y)^2$ açılımını yapınız.

$$(2x - y)^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$$

- b) Elde ettiğiniz özdeşliği geometrik olarak doğrulayınız.



3. a sıfırdan farklı reel sayı olmak üzere; $a + \frac{1}{a} = 4$ olduğuna göre, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ ifadesinin değerini bulunuz.

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 16$$

$$a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 16$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = 14$$

4. Aşağıda verilen ifadelerin eşitlerini bulunuz.

a) $\sqrt{14 + 2\sqrt{13}} = \sqrt{13} + 1$

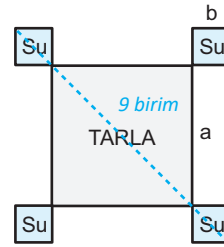
b) $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$

- 5.

$\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ ifadesinin en sade halini oluşturunuz.

$$\frac{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \text{ olur.}$$

- 6.



Yukarıda Hakan Bey'in kare biçiminde bir kenarı a birim uzunluğundaki tarlası ve tarlanın köşelerinde bir kenarı b birim olan kare biçimli sulama havuzları gösterilmiştir.

Su kanallarının birbirine en uzak iki noktası arasındaki en kısa mesafe 9 birim $a \cdot b = \frac{5}{2}$ birimkare olduğuna göre, su kanalları ve tarlanın şekilde görünen alanı kaç birimkaredir?

$$(2b + a)\sqrt{2} = 9$$

$$(2b + a) = \frac{9}{\sqrt{2}}$$

Her iki tarafın karesi alınırsa

$$(2b + a)^2 = \frac{81}{2}$$

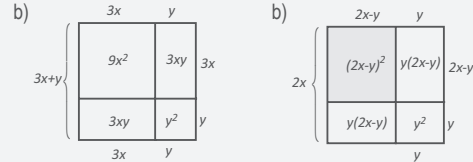
$$4b^2 + \frac{4ba}{10} + a^2 = \frac{81}{2}$$

$$4b^2 + a^2 = \frac{61}{2}$$



Açık Uçlu Sorular Cevap Anahtarı

1. a) $(3x + y)^2 = 9x^2 + 6xy + y^2$ 2. a) $(2x - y)^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$



3. 14 4. a) $\sqrt{13} + 1$ b) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ 5. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 6. $\frac{61}{2}$

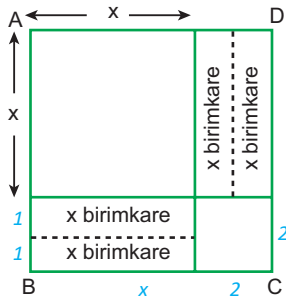
1. Aşağıdakilerden hangisi $a^2 - a^3 - 1 + a^5$ ifadesinin çarpanlarından biri değildir?

- A) $(a + 1)$ B) $(a - 1)$ C) $(a^3 + 1)$
 D) $a + 2$ E) 1

$$\begin{aligned} a^5 - a^3 + a^2 - 1 &= a^3(a^2 - 1) + (a^2 - 1) \\ &= (a^2 - 1)(a^3 + 1) \\ &= (a - 1)(a + 1)(a^3 + 1) \end{aligned}$$

Cevap D

2. Aşağıda ABCD karesi verilmiştir.



Kare üzerinde verilen bilgilere göre, ABCD karesinin alanı aşağıdaki özdeşliklerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A) $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$
 B) $x^2 + x = x(x + 1)$
 C) $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$
 D) $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$
 E) $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$

$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$ bulunur.

Cevap C

3. $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = 3$

olduğuna göre $a^2 + \frac{1}{a^2}$ değeri kaçtır?

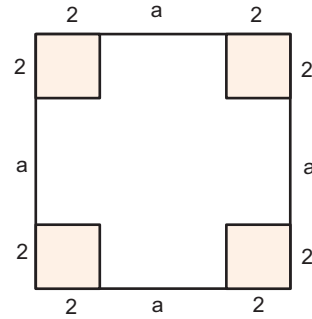
- A) 119 B) 115 C) 113 D) 111 E) 109

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right) &= 3 \\ a - 2 \cdot \sqrt{a} \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{a} &= 9 \\ a + \frac{1}{a} &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 &= 11^2 \\ a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} &= 121 \\ a^2 + \frac{1}{a^2} &= 119 \end{aligned}$$

Cevap A

4.



Yukarıda bir karenin her köşesinde 2 birimlik kareler oluşturulup boyanmıştır.

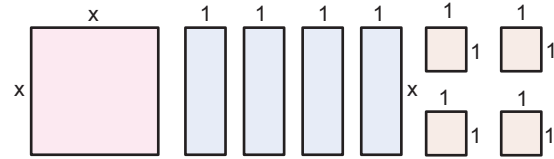
Buna göre, karede boyalı olmayan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $a^2 + 16$ B) $(a + 4)^2$ C) $(2a + 1)^2$
 D) $a^2(a + 4)$ E) $a^2 + 8a$

$$(a + 4)^2 - 2^2 \cdot 4 = a^2 + 8a + 16 - 16 = a^2 + 8a$$

Cevap E

5.



Yukarıda bazı modelleme şekilleri verilmiştir.

Bu şekillerin bir kısmı ya da tamamı kullanılarak

- I. $(x + 2)^2$
 II. $(x + 1)^2$
 III. $(x - 3)^2$

tam kare ifadelerinden hangileri modellenenabilir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) II ve III

I. $x^2 + 4x + 4$ modellenenabilir.

II. $x^2 + 2x + 1$ modellenenabilir.

III. $x^2 - 6x + 9$ yeterli model olmadığı için modellenemez.

Cevap C

6.

$$\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$$

ifadenin sonucu kaçtır?

- A) $-3\sqrt{3}$ B) $-2\sqrt{3}$ C) $-\sqrt{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{8 - 2\sqrt{15}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{15}} \\ &= (\sqrt{5} - \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = -2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Cevap B

Cevap Anahtarı

- 1.D 2.C 3.A 4.E 5.C 6.B

1. FÖY ÖZETİ

a, b ve c birer gerçel sayı, x, y sıfırdan farklı gerçel sayı, m ve n birer tam sayı olsun. Üslü gösterimler ile aşağıdaki işlemler yapılabilir.

- $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
- $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$
- $x^m \cdot y^m = (x \cdot y)^m$
- $\frac{x^m}{y^m} = \left(\frac{x}{y}\right)^m$
- $ax^m + b \cdot x^m - c \cdot x^m = (a + b - c) \cdot x^m$
- $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$ eşitlikleri vardır.

2. FÖY ÖZETİ

k, m, n pozitif tam sayı; $n \geq 2$, x ve y pozitif gerçel sayı ve a, b, c gerçel sayı olmak üzere

- $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{x} = x$
- $a \cdot \sqrt[n]{x} + b \cdot \sqrt[n]{x} - c \cdot \sqrt[n]{x} = (a + b - c) \cdot \sqrt[n]{x}$
- $\sqrt[m]{n \sqrt[n]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x}$
- $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$
- $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$
- $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n \cdot k]{x^{m \cdot k}} = \sqrt[k]{\sqrt[n]{x^m}}$
- $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x - y$ eşitlikleri vardır.

3. FÖY ÖZETİ

k, m, n pozitif tam sayı; $n \geq 2$, x ve y pozitif gerçel sayı ve a, b, c gerçel sayı olmak üzere

- Bir kümeyi oluşturan nesnelere o kümenin elemanları denir. a, A kümesinin elemanı ise $a \in A$; elemanı değilse $a \notin A$ biçiminde gösterilir.
- Herhangi bir kümenin eleman sayı S (küme adı) ile gösterilir.
- Herhangi iki küme A ve B olmak üzere, bu kümelerin elemanlarının tamamının oluşturduğu kümeye A ve B kümelerinin birleşim kümesi denir ve $A \cup B$ şeklinde gösterilir.
- Herhangi iki küme A ve B olmak üzere bu kümelerin ortak elemanlarının oluşturduğu kümeye A ve B kümelerinin kesişimi denir ve $A \cap B$ ile gösterilir.
- A kümesinde olup B kümesinde olmayan elemanların oluşturduğu kümeye A fark B kümesi denir ve $A \setminus B$ biçiminde gösterilir.
- Üzerinde işlem yapılan kümelere ait tüm elemanları kapsayan kümeye evrensel küme denir. Sayı kümelerinin evrensel kümesi gerçel sayılardır.
- A kümesinin elemanı olmayıp evrensel kümeye ait olan elemanların oluşturduğu küme A' ile ifade edilir. A' ifadesi A kümesinin tümleyeni demektir.
- Herhangi bir A kümesindeki elemanların tümü bir B kümesinde elemanı ise, bu durum A kümesinin B kümesine eşit veya A kümesinin B kümesinin alt kümesi olduğunu gösterir ve $A \subseteq B$ ile gösterilir.

4. FÖY ÖZETİ

- Gerçel sayı aralıkları sayı doğrusu üzerinde cebirsel ve küme gösterimi ile ifade edilebilir.
- $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a < b$ olmak üzere;

| Aralık | Sayı Doğrusu | Küme gösterimi | Cebirsel Gösterim $c \in \mathbb{R}$ |
|----------------|--------------|---|--------------------------------------|
| $(-\infty, a)$ | | $\{x x < a, x \in \mathbb{R}\}$ | $x < a$ |
| $(-\infty, a]$ | | $\{x x \leq a, x \in \mathbb{R}\}$ | $x \leq a$ |
| (b, ∞) | | $\{x x > b, x \in \mathbb{R}\}$ | $x > b$ |
| $[b, \infty)$ | | $\{x x \geq b, x \in \mathbb{R}\}$ | $x \geq b$ |
| (a, b) | | $\{x b > x > a, x \in \mathbb{R}\}$ | $b > x > a$ |
| $(a, b]$ | | $\{x b \geq x > a, x \in \mathbb{R}\}$ | $b \geq x > a$ |
| $[a, b)$ | | $\{x b > x \geq a, x \in \mathbb{R}\}$ | $b > x \geq a$ |
| $[a, b]$ | | $\{x b \geq x \geq a, x \in \mathbb{R}\}$ | $b \geq x \geq a$ |

5. FÖY ÖZETİ

- Ardışık iki doğal sayı arasında herhangi bir doğal sayı yer almaz.
- Ardışık iki tam sayı arasında herhangi bir tam sayı yer almaz.
- Doğal sayı, tam sayı, rasyonel sayı ve gerçel sayı kümeleri sıralı kümelerdir.
- N ve Z kümelerinde arada olma özelliği yoktur.
- Herhangi iki rasyonel sayı arasında istenen sayıda rasyonel sayı bulunabilir.
- Herhangi iki gerçel sayı arasında istenen sayıda gerçel sayı bulunabilir.
- Q ve R kümelerinde arada olma özelliği vardır.

Gerçek sayılarda işlem özellikleri

- Birleşme Özelliği: $\forall a, b \in \mathbb{R}$ için,
 $a + (b + c) = (a + b) + c$ ve
 $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ olur.
- Birim Eleman: $\forall a \in \mathbb{R}$ için $a + 0 = 0 + a = a$ ve
 $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ olur.

Toplama işleminin birim elemanı sıfır, çarpma işleminin birim elemanı 1 dir.

- Ters Eleman: $\forall a \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ için,
 $a + (-a) = (-a) + a = 0$ olduğundan a nın toplama işlemine göre tersi $-a$ olur.
 $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$ olduğundan a nın çarpma işlemine göre tersi $\frac{1}{a} = a^{-1}$
- Yutan Eleman: $\forall a \in \mathbb{R}$ için $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ olduğundan çarpma işleminin yutan elemanı 0 dir.
- Değişme Özelliği: $\forall a, b \in \mathbb{R}$ için $a + b = b + a$ ve $a \cdot b = b \cdot a$ olur.
- Çarpma işleminin çıkartma işlemi üzerine dağılma özelliği: $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$ için $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ ve $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$ olur.
- Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliği:
 $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$ için $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ ve
 $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$ olur.