



## Tanıtım

Tema: Sayılar

Konu: Köklü Sayılar

Alt Konu: Gerçek Sayıların Köklü Gösterimleri ile Yapılan İşlemler

Temanın Amacı: Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleri ile yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme

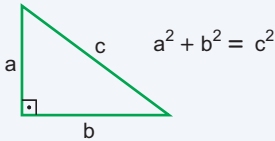
Anahtar Kavramlar: Köklü gösterim, Kökün derecesi

## Köprü Kurma

Köklü sayılar gündelik hayatta birçok alanda karşımıza çıkar.

Örneğin;

- Geometride karenin alanını biliyorsanız, kenar uzunluğunu bulmak için alanın karekökünü almanız gerekir.
- İstatistikte standart sapma hesaplanırken karekökten yararlanır.
- Fizikte ses dalgasının yoğunluğu mesafeyle ters orantılı olarak azalır ve bu azalma karekökle hesaplanabilir.
- Pisagor teoremine göre bir dik üçgende hipotenüsün karesi dik kenarların kareleri toplamına eşittir.



Burada dik üçgenin iki kenarı verildiğinde üçüncü kenarı bulurken karekökten yararlanır.

Örneğin;

bir dik kenarı 5 cm, hipotenüsü 13 cm olan bir dik üçgenin diğer dik kenarı  $\sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$  olarak bulunur.

- Biyolojide bir hayvanın vücut kütlesi (M) ve uzunluğu (L) arasındaki ilişki genellikle;

$$L \cong \sqrt{M}$$

şeklinde dir.

Bu vücut kütlelerinin karekökü ile vücut uzunluğunun ilişkilendirildiği anlamına gelir.

- Yarıçapı uzunluğu r olan dairenin alanı  $\pi r^2$  formülü ile bulunur. Alanı verilen bir dairenin yarıçapı ise karekök yardımıyla bulunur.

Örneğin,

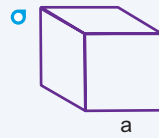
Alanı  $36\pi$  olan dairenin çapı

$$\pi r^2 = 36\pi$$

$$r^2 = 36$$

$$r = \sqrt{36} = 6$$

$$2r = 12 \text{ cm dir.}$$



Bir kenarı a birim olan küpün yüzey alanı  $6a^2$ , hacmi  $a^3$  formülleri ile bulunur. Hacmi verilen bir küpün bir kenarını köklü sayılar yardımı ile bulabiliriz.

Örneğin;

Hacmi  $125 \text{ cm}^3$  olan bir küpün bir kenar uzunluğu

$$\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5 \text{ cm olarak bulunur.}$$

## KÖKLÜ GÖSTERİMLER

## Tanım

$n \geq 2$ ,  $n$  tam sayı ve  $a$  gerçel sayı olmak üzere,  
 $x^n = a$  denklemini sağlayan  $x$  gerçel sayısına  $a$ 'nın  $n$ . dereceden kökü denir ve  $x = \sqrt[n]{a}$  ile gösterilir.

$a > 0$  iken  $\sqrt[n]{a^n} = a$  olur.

- $\sqrt{x} \rightarrow 2$ . dereceden kök demektir. Karekök olarak adlandırılır.
- $\sqrt[3]{x} \rightarrow 3$ . dereceden köktür. Küp kök olarak adlandırılır.

## Örnek 1

Aşağıdaki köklü sayıların eşitliklerini bulunuz.

- a)  $\sqrt[3]{8} = 2$     c)  $\sqrt{256} = 16$     e)  $\sqrt[3]{216} = 6$   
 b)  $\sqrt[4]{81} = 3$     d)  $\sqrt[5]{32} = 2$     f)  $\sqrt[4]{625} = 5$

## Örnek 2

Emre öğretmenin küp kökünü almasını istediği sayının yanlışlıkla karekökünü almıştır.

Bulması gereken sonuç, bulunduğu sonucun 2 katı olduğuna göre, küp kökünü alması gereken sayı kaçtır?

- A) 4    B) 16    C) 36    D) 64    E) 72

$\sqrt[3]{A} = x \rightarrow x^3 = A$	$x^3 = 4x^2$	$A = 4^3 = 64$			
$\sqrt{A} = 2x \rightarrow (2x)^2 = 4x^2 = A$	$x = 4$				Cevap D

## Not

- $n$  pozitif tam sayı olmak üzere;
- $\sqrt[2n]{a}$  ifadesi  $a \geq 0$  için,
  - $\sqrt[2a+1]{a}$  ifadesi  $a$ 'nın her gerçel sayı değeri için tanımlıdır.

## Örnek 3

$$A = \sqrt{x-5} + \sqrt{10-x} + \sqrt[3]{x} + 1$$

ifadesi bir gerçel sayıya eşit olduğuna göre,  $x$  in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 4    B) 5    C) 6    D) 7    E) 8

$x-5 \geq 0$	$10-x \geq 0$				
$x \geq 5$	$10 \geq x$				
$10 \geq x \geq 5$	$x, 6$ farklı tam sayı değeri alır.				Cevap C

## Önemli

Mutlak değer içindeki sayılar dışarıya pozitif olarak çıkar.

$$|3| = 3 \quad |-5| = 5$$

## Tanım

$x$  gerçel sayı,  $n \in \mathbb{Z}$  ve  $n > 1$  olmak üzere

$$\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} |x|, & n \text{ çift ise} \\ x, & n \text{ tek ise} \end{cases} \text{ olur.}$$

## Örnek 4

- a)  $\sqrt{(-16)^2} = |-16| = 16$   
 b)  $\sqrt{(a+4)^2} = |a+4|$   
 c)  $\sqrt[5]{-243} = \sqrt[5]{(-3)^5} = -3$   
 d)  $\sqrt[6]{(-27)^2} = \sqrt[6]{(-3)^6} = |-3| = 3$

## Not

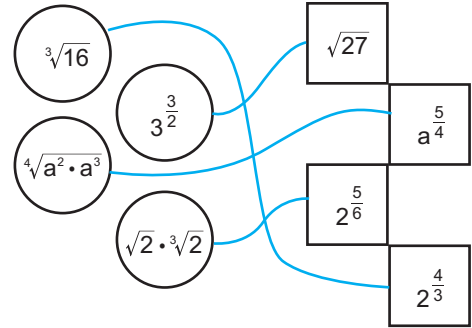
Köklü gösterimler üslü gösterim olarak yazılabilir. Bu sebeple köklü gösterimler üslü gösterimlerin tüm özelliklerini sağlar.

$x$  pozitif gerçel sayı olmak üzere,

$$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}} \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = x^{\frac{1}{m \cdot n}} \text{ dir.}$$

## Örnek 5

Aşağıdaki çember içindeki sayılarla kare içerisindeki sayılardan aynı olanları eşleştiriniz.



## Gözlem

$$\sqrt[3]{2 \cdot 3} = (2 \cdot 3)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3}$$

$$\sqrt[4]{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{2^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}} = \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{3}}$$

**Önemli**

a ile b pozitif gerçel sayılar ve n sayısı 1 den büyük bir tam sayıdır.

$$\begin{aligned} \bullet \sqrt[n]{ab} &= \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \\ \bullet \sqrt[n]{a^n \cdot b} &= a \cdot \sqrt[n]{b} \end{aligned} \quad \bullet \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \text{ dir.}$$

**Örnek 6**

Aşağıdaki köklü ifadelerin eşitlerini bulunuz.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{169 \cdot 16} &= \sqrt{169} \cdot \sqrt{16} = 13 \cdot 4 = 52 \\ \text{b) } \sqrt[5]{0,00243} &= \sqrt[5]{10^{-3} \cdot 3^5} = 3 \cdot 10^{-1} = 0,3 \\ \text{c) } \sqrt[3]{16} &= \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = 2\sqrt[3]{2} \\ \text{d) } \sqrt[6]{5^{12}} &= \sqrt[6]{5^{12} \cdot 5} = 25 \cdot \sqrt[6]{5} \end{aligned}$$

**Örnek 7**

Aşağıdaki sayılardan hangisinin yaklaşık değeri bilinirse  $\sqrt{112}$  sayısının yaklaşık değeri bulunabilir?

A)  $\sqrt{2}$     B)  $\sqrt{3}$     C)  $\sqrt{5}$     D)  $\sqrt{7}$     E)  $\sqrt{10}$

$$\sqrt{112} = \sqrt{16 \cdot 7} = 4\sqrt{7}, \sqrt{7} \text{ sayısının değeri bilinmelidir.}$$

Cevap D

**Örnek 8**

A, x ve y 1'den farklı pozitif tam sayılar olmak üzere,

- $A = x\sqrt{y}$  şeklinde yazılabiliyorsa

$$\boxed{A} = x + y$$

- $A = x\sqrt{y}$  şeklinde yazılamıyorsa

$$\boxed{A} = 0$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,  $\boxed{72}$  sayısının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 7    B) 9    C) 11    D) 13    E) 15

$$\begin{aligned} \bullet \sqrt{72} &= \sqrt{4 \cdot 18} = 2\sqrt{18} \Rightarrow \boxed{72} = 18 + 2 = 20 \\ \sqrt{20} &= \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5} \Rightarrow \boxed{72} = 2 + 5 = 7 \text{ olur.} \\ \bullet \sqrt{72} &= \sqrt{9 \cdot 8} = 3\sqrt{8} \Rightarrow \boxed{72} = 3 + 8 = 11 \\ \sqrt{11}, x\sqrt{y} \text{ şeklinde yazılamadığından } \boxed{72} &= 0 \text{ olur.} \\ \bullet \sqrt{72} &= \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{72} = 6 + 2 = 8 \\ \sqrt{8} &= \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{72} = 2 + 2 = 4 \text{ olur.} \\ &4 + 0 + 7 = 11 \end{aligned}$$

Cevap C

**Çıkış Soru 1**

Verilen bir a pozitif tam sayısının karekökü, b ve c birer pozitif tam sayı olmak üzere  $\sqrt{a} = b\sqrt{c}$  biçiminde yazılabilir. Bu eşitlikte b en büyük değerini aldığı anda,  $\sqrt{a}$  sayısı önce b sayısı kadar kırmızı, sonra c sayısı kadar mavi kare kullanılarak modelleniyor.

Örneğin;  $\sqrt{128} = 8\sqrt{2}$  olduğundan  $\sqrt{128}$  sayısı



biçiminde modellenir.

Bu kurala göre modellenen aşağıdaki sayılardan hangisinin modelinde kullanılan toplam mavi kare sayısı toplam kırmızı kare sayısından fazla olur?

A)  $\sqrt{32}$     B)  $\sqrt{48}$     C)  $\sqrt{72}$     D)  $\sqrt{96}$     E)  $\sqrt{108}$

(2020 MSÜ)

$$\sqrt{96} = \sqrt{16 \cdot 6} = 4\sqrt{6} \quad 6 > 4$$

Cevap D

**Önemli**

a ile b pozitif gerçel sayılar ve n  $\geq 1$  olan bir tam sayı ise,

$$a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b} \text{ dir.}$$

**Örnek 9**

Aşağıdaki ifadelerin eşitliklerini bulunuz.

$$\begin{aligned} \text{a) } 5\sqrt{2} &= \sqrt{\quad} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = \sqrt{50} \\ \text{b) } 3\sqrt[3]{4} &= \sqrt[3]{\quad} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 4} = \sqrt[3]{108} \\ \text{c) } 4\sqrt{2} &= \sqrt{\quad} = \sqrt{4^2 \cdot 2} = \sqrt{32} \\ \text{d) } 5\sqrt[4]{3} &= \sqrt[4]{\quad} = \sqrt[4]{5^4 \cdot 3} = \sqrt[4]{1875} \end{aligned}$$

**Çıkış Soru 2**

A, B, C ve D sayılarının yerine 2, 3, 4, 6 ve 8 sayılarından dört tanesi birer kez kullanıldığında aşağıdaki eşitlik sağlanmaktadır.

$$A\sqrt{B} = C\sqrt{D}$$

Buna göre, bu beş sayıdan hangisi verilen eşitlikte yer almaz?

A) 2    B) 3    C) 4    D) 6    E) 8

(2022 TYT)

$$\sqrt{A^2 \cdot B} = \sqrt{C^2 \cdot D} \Rightarrow A^2 \cdot B = C^2 \cdot D \quad 6^2 \cdot 2 = 3^2 \cdot 8 = 72$$

4 kullanılmaz.

Cevap C

**! Önemli**

$$\circ \sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n \cdot k]{x^{m \cdot k}} \quad (x > 0, n \cdot k \in \mathbb{Z}^+)$$

$$\circ \sqrt[n]{x^m} = \sqrt[\frac{n}{k}]{x^{\frac{m}{k}}} \quad (x > 0 \text{ ve } \frac{n}{k} \in \mathbb{Z}^+)$$

**🧩 Örnek 10**

Aşağıdaki ifadelerin eşitliklerini bulunuz.

$$a) \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[6]{3^4}$$

$$b) \sqrt[6]{3^9} = \sqrt[3]{3^3} = 3\sqrt{3}$$

$$c) \sqrt[4]{5^2} = \sqrt[8]{5^4}$$

$$d) \sqrt[x]{a} = \sqrt[x \cdot y]{a^y}$$

**🧩 Örnek 11**

$$a = \sqrt{2} \quad b = \sqrt[3]{3} \quad c = \sqrt[4]{5}$$

olduğuna göre, a, b ve c yi küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

$$a = \sqrt[6]{2^6} = \sqrt[12]{2^6} \quad b^4 = \sqrt[4]{3^4} = \sqrt[12]{3^4} \quad c^3 = \sqrt[3]{5^3} = \sqrt[12]{5^3} \text{ olur.}$$

$$c > b > a$$

**Köklü Gösterimlerde Çarpma ve Bölme****! Önemli**

x, y  $\in \mathbb{R}^+$  olmak üzere;

$$\circ \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y} \quad \circ \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}} \text{ dir.}$$

**🧩 Örnek 12**

Aşağıdaki ifadelerin eşitliklerini bulunuz.

$$a) \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$$

$$b) \sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[5]{5^4} = \sqrt[5]{5^5} = 5$$

$$c) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt[5]{5}} = \frac{\sqrt[10]{5^5}}{\sqrt[10]{5^2}} = \sqrt[10]{5^3} = 5^{\frac{3}{10}}$$

$$d) \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a}} = \frac{\sqrt[6]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^2}}{\sqrt[6]{a}} = \sqrt[6]{\frac{a^3 \cdot a^2}{a}} = \sqrt[6]{a^4} = a^{\frac{2}{3}}$$

**🎯 Çıkış Soru 3**

Elif'in matematik kitabında okuduğu bir not aşağıdaki gibidir;

**NOT:**

a ve b sayılarının ikisi de tam sayı olmadığı hâlde  $\frac{a}{b}$  sayısı tam sayı olabilir.

$$\text{Örnek: } a = \sqrt{720} \quad b = \sqrt{60}$$

Elif, kitabına su damladığı için örnekteki b sayısını okuyamamıştır.

Buna göre b sayısı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A)  $\sqrt{5}$     B)  $\sqrt{20}$     C)  $\sqrt{45}$     D)  $\sqrt{60}$     E)  $\sqrt{80}$
- (2024 TYT)

$$D) \frac{\sqrt{720}}{\sqrt{60}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \quad \text{Cevap D}$$

**! Önemli**

a, b, c gerçel sayılar x pozitif gerçel sayı ve n sayısı 1 den büyük bir tam sayı olmak üzere,

$$a^n \sqrt[n]{x} + b^n \sqrt[n]{x} - c^n \sqrt[n]{x} = (a + b - c) \cdot \sqrt[n]{x} \text{ olur.}$$

**🧩 Örnek 13**

$$\sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{72}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $4\sqrt{2}$     B)  $3\sqrt{2}$     C)  $2\sqrt{2}$     D)  $\sqrt{3}$     E)  $-\sqrt{3}$
- $$= \sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{72} = 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \text{ olur.}$$
- Cevap B

**🧩 Örnek 14**

$$\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{128}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\sqrt{5}$     B)  $\sqrt{2}$     C)  $\sqrt[3]{2}$     D)  $\sqrt[3]{3}$     E)  $\sqrt[3]{4}$
- $$= \sqrt[3]{125 \cdot 2} - \sqrt[3]{64 \cdot 2} = 5\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2} \quad \text{Cevap C}$$

## Çıkmış Soru 4

Aşağıdaki kutuların içine 2, 4, 6, 8, 10 ve 12 sayılarından dört tanesi her kutuya farklı bir sayı gelecek şekilde yerleştirildiğinde eşitlik sağlanmaktadır.

$$\sqrt{\square} + \sqrt{\square} + = \sqrt{\square} + \square$$

Buna göre, kutulara yerleştirilmeyen sayıların toplamı kaçtır?

- A) 12      B) 14      C) 16      D) 18      E) 2

(2022 MSÜ)

$$\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{12+6}$$

$$\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$10 + 4 = 14$$

Cevap B

## Önemli

$n$  ve  $m$ , 1'den büyük pozitif tamsayılar ve  $x \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere;

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[n \cdot m]{x} \text{ olur.}$$

## Örnek 15

Aşağıdaki köklü sayıların eşitlerini yazınız.

a)  ${}^5\sqrt{{}^4\sqrt{5}} = {}^{20}\sqrt{5}$

b)  ${}^6\sqrt{\sqrt{27}} = {}^{12}\sqrt{3^3} = {}^4\sqrt{3}$

c)  $\sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{4 \cdot 2}} = \sqrt{\sqrt{8}} = {}^4\sqrt{8}$

d)  ${}^3\sqrt{9\sqrt{27}} = {}^3\sqrt{\sqrt{9^2 \cdot 3^3}} = {}^6\sqrt{3^4 \cdot 3^3} = {}^6\sqrt{3^7} = {}^6\sqrt{3^6 \cdot 3} = 3{}^6\sqrt{3}$

## Önemli

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b \text{ olur.}$$

- $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  yi rasyonel sayı yapmak için  $\sqrt{a} - \sqrt{b}$  ile,  $\sqrt{a} - \sqrt{b}$  yi rasyonel sayı yapabilmek için  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  ile çarpmak gerekir.
- $\sqrt{a}$  sayısını rasyonel sayı yapabilmek için  $\sqrt{a}$  ile çarpmak gerekir.

## Örnek 16

$$\sqrt{\sqrt{14} - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{\sqrt{14} + \sqrt{5}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2      B)  $\sqrt{6}$       C)  $2\sqrt{3}$       D) 3      E) 9

$$\sqrt{(\sqrt{14} - \sqrt{5})(\sqrt{14} + \sqrt{5})} = \sqrt{14 - 5} = \sqrt{9} = 3$$

Cevap D

## Çıkmış Soru 5

Köklü sayılarla işlem yapan Mert,  $\sqrt{10} + \sqrt{6}$  sayısını eşleniği olan  $\sqrt{10} - \sqrt{6}$  ile çarpmak yerine yanlışlıkla bölmüştür.

Buna göre, Mert'in bulduğu sayı bulması gereken sayıdan kaç fazladır?

- A)  $\sqrt{12}$       B)  $\sqrt{15}$       C)  $\sqrt{18}$       D)  $\sqrt{20}$       E)  $\sqrt{30}$

(2021 TYT)

$$\frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{\sqrt{10} - \sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{10} + \sqrt{6})^2}{10 - 6} = \frac{10 + 2\sqrt{60} + 6}{4} = 4 + \sqrt{15}$$

$$(\sqrt{10} + \sqrt{6})(\sqrt{10} - \sqrt{6}) = 10 - 6 = 4 \text{ Aradaki fark } \sqrt{15} \text{ dir.}$$

Cevap B

## Önemli

Kök dışına çıkmayan sayılara irrasyonel sayılar denir. Bu sayıların kesin değeri bilinemez ve sadece yaklaşık değerleri bulunabilir.

Örneğin;

$\sqrt{20}$  sayısı  $\sqrt{16} = 4$  ve  $\sqrt{25} = 5$  olduğundan 4 ile 5 arasındadır.

## Örnek Cevap Anahtarı

1. a) 2, b) 3, c) 16 d) 2, e) 6, f) 5    2. D    3. C    4. a) 16, b)  $|a+4|$  c)  $-3$  d) 3  
 6. a) 52, b) 0,3 c)  $2^3\sqrt{2}$ , d)  $25 \cdot 6\sqrt{5}$     7. D    8. C  
 9. a)  $\sqrt{50}$  b)  ${}^3\sqrt{108}$ , c)  $\sqrt{32}$  d)  ${}^4\sqrt{1875}$   
 10. a)  ${}^6\sqrt{3^4}$  b)  $3\sqrt{3}$  c)  ${}^8\sqrt{5^4}$  d)  $x^y \cdot y \cdot a^y$     11. c)  $b > a$   
 12. a) 6, b) 5 c)  $5^{10}$  d)  $a^{\frac{2}{3}}$     13. B    14. C    15. a)  $20\sqrt{5}$ , b)  ${}^4\sqrt{3}$  c)  ${}^4\sqrt{8}$  d)  $3^6\sqrt{3}$   
 16. D

## Çıkmış Soru Cevap Anahtarı

1. D    2. C    3. D    4. B    5. B



## Etkinlik

## Etkinlik İsmi : HESAP MAKİNASININ KAREKÖK BULMA MANTIĞI

Amacı : Köklü ifadelerde yaklaşık değer bulunması ve gerçel sayı kavramının anlaşılması

Bir sayının karekökünün yaklaşık değeri Newton - Raphson yöntemi ile şu şekilde hesaplanabilir.

- Verilen A sayısının karekökü olabileceğini düşündüğümüz ondalıklı bir sayı yazılır. Bu sayıya başlangıç tahmini denir. Başlangıç tahminini ( $\bar{A}$ ) ile gösterelim.
- Sayının yaklaşık değerini veren formüle iterasyon formülü denir. (Tekrar tekrar yapılan işleme iterasyon işlemi denir.)
- İterasyon =  $\frac{1}{2} \left( \bar{A} + \frac{A}{\bar{A}} \right)$  biçimindedir.

İterasyon sonucunda elde edilen sayıyı yeni başlangıç tahmini olarak tekrar iterasyon formülü uygulanırsa köklü sayının gerçek değerine daha yakın bir sonuç elde edilir.

Sayı :

Başlangıç Tahmini :   $\sqrt{18}$  , 4 ile 5 arasındadır. Başlangıç tahmini bu aralıktaki rastgele bir sayıdır.

A = 18  $\bar{A} = 4,5$

$$1. \text{ iterasyon} = \frac{1}{2} \left( 4,5 + \frac{18}{4,5} \right) = 4,25$$

$$2. \text{ iterasyon} = \frac{1}{2} \left( 4,25 + \frac{18}{4,25} \right) \cong 4,24$$

Not: Hesap Makinesi ile  $\sqrt{18}$  sayısını hesaplırsak 4,2426... biçimindedir.

Görüldüğü üzere gerçek değere çok yakın bir değer bulunmuştur. Hesap makinaları iterasyonu çok defa uygulayarak gerçek sonuca ulaşmaktadır.

1)

Sayı :

Başlangıç Tahmini :

1. iterasyon :

2. İterasyon :

Değerleri bulunuz.

Bulduğunuz sonucu hesap makinası ile elde edeceğiniz sonuç ile karşılaştırınız.

2)

Sayı :

Başlangıç Tahmini :

1. iterasyon :

**olduğuna göre, A sayısı kaçtır?**

1.  $\sqrt{12} + \sqrt{147} - \sqrt{75} - \sqrt{48}$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$2\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 0$$

2.  $5 \cdot \sqrt{1 - \frac{2}{3}} + 2 \cdot \sqrt{9 - \frac{2}{3}}$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$\begin{aligned} 5 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 2 \cdot \frac{5}{\sqrt{3}} &= \frac{5}{\sqrt{3}} + \frac{10}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{15}{\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

3.  $\sqrt{0,64} - \sqrt{2,25} + \sqrt{1,69}$

işleminin sonucunu bulunuz.

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{64}{100}} - \sqrt{\frac{225}{100}} + \sqrt{\frac{169}{100}} \\ \frac{8}{10} - \frac{15}{10} + \frac{13}{10} = \frac{6}{10} = 0,6 \end{aligned}$$

4.  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3}}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3}}$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

5.  $\sqrt{\frac{5}{2} + \sqrt{2 + \sqrt{\frac{1}{16}}}}$

ifadesinin sonucunu bulunuz.

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{5}{2} + \sqrt{2 + \frac{1}{4}}} &= \sqrt{\frac{5}{2} + \sqrt{\frac{9}{4}}} \\ &= \sqrt{\frac{5}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

6.  $\frac{\sqrt{30} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{5}} : \frac{\sqrt{10}}{3}$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = 9 \text{ olur.}$$

7.  $(\sqrt{3} - 1)(3\sqrt{3} + 1)$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} - 1)(3\sqrt{3} + 1) &= 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 1 \\ &= 9 - 2\sqrt{3} - 1 = 8 - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

8.  $\sqrt{3} = a$   
 $\sqrt{2} = b$

olduğuna göre,  $\sqrt{0,72}$  ifadesinin a ve b cinsinden değerini bulunuz.

$$\sqrt{0,72} = \sqrt{\frac{72}{100}} = \frac{6\sqrt{2}}{10} = \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot b}{10} = \frac{a^2 b^3}{10}$$



Açık Uçlu Sorular Cevap Anahtarı

1.0 2.  $5\sqrt{3}$  3.0,6 4.  $\sqrt{3}$  5.2 6.9 7.  $8 - 2\sqrt{3}$  8.  $\frac{a^2 b^3}{10}$

$$1. \quad \frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{35}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\sqrt{7}$  B)  $\sqrt{5}$  C) 3 D) 5 E) 7

$$\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}} = 3$$

Cevap C

$$2. \quad \frac{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{16}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$  B)  $\sqrt[3]{2}$  C)  $\sqrt[3]{4}$  D) 2 E) 1

$$= \frac{2 \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{16}} = \frac{\sqrt[3]{2^3 \cdot 2}}{\sqrt[3]{16}} = \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{16}} = 1 \text{ olur}$$

Cevap E

$$3. \quad a = \sqrt[3]{9} \quad b = \sqrt{6} \quad c = \sqrt[6]{217}$$

olduğuna göre, a, b, c sayılarının küçükten büyüğe doğru sıralınışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $a < b < c$  B)  $a < c < b$  C)  $b < c < a$   
D)  $c < b < a$  E)  $b < a < c$

$$\begin{aligned} a &= \sqrt[2 \cdot 3]{9^2} & b &= \sqrt[3 \cdot 2]{6^3} & c &= \sqrt[6]{217} \\ a &= \sqrt[6]{81} & b &= \sqrt[6]{216} & c &= \sqrt[6]{217} \\ & & & c > b > a & & \end{aligned}$$

Cevap A

4.  $9^x = a$  olduğuna göre,  $27^x$  ifadesinin a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $a\sqrt{a}$  B)  $a^2$  C)  $a^3$  D)  $a^2 \cdot \sqrt{a}$  E)  $a^4$

$$9^x = a \quad (27^x) = (3^x)^3 = (\sqrt[3]{a})^3 = a\sqrt{a} \text{ olur.}$$

$$3^{2x} = a$$

$$3^x = \sqrt{a}$$

Cevap A

5.

$$\frac{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{8}}}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{8}}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $-\frac{2}{5}$  B)  $-\frac{1}{5}$  C)  $\frac{1}{5}$  D)  $\frac{2}{5}$  E)  $\frac{3}{5}$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{\sqrt{16} - 1}{\sqrt{8}}}{\frac{\sqrt{16} + 1}{\sqrt{8}}} = \frac{3}{5} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap E

$$6. \quad 2\sqrt{6} - 3\sqrt{2} = x$$

olduğuna göre,  $4\sqrt{3} + 6$  ifadesinin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\sqrt{2} \cdot x$  B)  $\frac{3\sqrt{2}}{x}$  C)  $\frac{6\sqrt{2}}{x}$   
D)  $3\sqrt{2} \cdot x$  E)  $\frac{6}{x}$

$$4\sqrt{3} + 6 = \sqrt{2} (2\sqrt{6} + 3\sqrt{2}) = y \text{ olsun}$$

$$x \cdot y = \sqrt{2} \cdot (24 - 18) = 6\sqrt{2} \text{ olur.}$$

$$y = \frac{6\sqrt{2}}{x} \text{ olur.}$$

Cevap C



Cevap Anahtarı

1.C 2.E 3.A 4.A 5.E 6.C